



Validación del contenido de una guía didáctica de álgebra lineal para ingeniería y ciencias

Validation of the content of a linear algebra teaching guide for engineering and science

Validação do conteúdo de um guia de ensino de álgebra linear para engenharia e ciências

Silvia Elizabeth Escobar-Pérez ^I
silvia.escobar@istcarloscisneros.edu.ec
<https://orcid.org/0009-0007-2449-9300>

Víctor Manuel Flores-Andino ^{II}
victor.flores@istcarloscisneros.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-5686-6864>

Juan José Pérez-Insuasti ^{III}
jperez_i@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-4825-1269>

Correspondencia: silvia.escobar@istcarloscisneros.edu.ec

Ciencias de la Educación
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 28 de noviembre de 2024 * **Aceptado:** 13 de diciembre de 2024 * **Publicado:** 09 de enero de 2025

- I. Licenciada en Ciencias de la Educación, Profesora de Ciencias Exactas, Magister en Aprendizaje de la Física, Docente del Instituto Superior Tecnológico Carlos Cisneros, Carrera de Tecnología Superior en Electrónica, Riobamba, Ecuador.
- II. Ingeniero en Electrónica y Control, Docente del Instituto Superior Tecnológico Carlos Cisneros, Carrera de Tecnología Superior en Electrónica, Riobamba, Ecuador.
- III. Ingeniero en Electrónica, Telecomunicaciones y Redes, Magister en Sistemas de Telecomunicaciones, Profesional de Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Informática y Electrónica, Riobamba, Ecuador.

Resumen

El álgebra lineal constituye un campo matemático fundamental, en los planes curriculares universitarios contemporáneos. Razón por la cual se plantea como objetivo, validar el contenido de una guía didáctica orientada a estudiantes de ingeniería y ciencias. La investigación adoptó un diseño no experimental, con enfoque cualitativo, empleando una metodología de revisión sistemática. Se realizó un análisis exhaustivo de diversos autores y teorías del álgebra lineal, priorizando referencias bibliográficas indexadas en bases de datos científicas. Para evaluar la calidad de las obras seleccionadas, se implementó una rúbrica específica. Los conceptos más relevantes se sintetizaron en una matriz, que establece la ruta pedagógica óptima para la guía didáctica. Los resultados evidenciaron una estructura curricular organizada en ocho capítulos, que progresa sistemáticamente, desde conceptos fundamentales, hasta contenidos de mayor complejidad. La guía comprende el estudio de vectores, matrices, sistemas de ecuaciones, espacios vectoriales, transformaciones lineales, autovalores, aplicaciones tecnológicas y tópicos avanzados. La evaluación realizada por seis expertos arrojó calificaciones predominantes entre excelente (90-100 puntos) y muy bueno (80-89 puntos). Se concluye que, es fundamental fortalecer los planes de estudio, mediante la integración de herramientas computacionales modernas y metodologías flexibles, que faciliten la comprensión teórica y práctica del álgebra lineal en diversos campos científicos y tecnológicos.

Palabras Clave: álgebra lineal; guía didáctica; juicio de expertos; herramientas computacionales; planificación curricular.

Abstract

Linear algebra constitutes a fundamental mathematical field in contemporary university curricula. Reason why the objective is to validate the content of a teaching guide aimed at engineering and science students. The research adopted a non-experimental design, with a qualitative approach, using a systematic review methodology. An exhaustive analysis of various authors and theories of linear algebra was carried out, prioritizing bibliographic references indexed in scientific databases. To evaluate the quality of the selected works, a specific rubric was implemented. The most relevant concepts were synthesized in a matrix, which establishes the optimal pedagogical route for the teaching guide. The results showed a curricular structure organized in eight chapters, which

progresses systematically, from fundamental concepts to more complex contents. The guide includes the study of vectors, matrices, systems of equations, vector spaces, linear transformations, eigenvalues, technological applications and advanced topics. The evaluation carried out by six experts showed predominant ratings between excellent (90-100 points) and very good (80-89 points). It is concluded that it is essential to strengthen the study plans, through the integration of modern computational tools and flexible methodologies, which facilitate the theoretical and practical understanding of linear algebra in various scientific and technological fields.

Keywords: linear algebra; teaching guide; expert judgment; computational tools; curriculum planning.

Resumo

álgebra linear constitui um campo matemático fundamental nos currículos universitários contemporâneos. Razão pela qual o objetivo é validar o conteúdo de um guia de ensino destinado a estudantes de engenharia e ciências. A pesquisa adotou um desenho não experimental, com abordagem qualitativa, utilizando metodologia de revisão sistemática. Foi realizada uma análise exaustiva de diversos autores e teorias da álgebra linear, priorizando referências bibliográficas indexadas em bases de dados científicas. Para avaliar a qualidade dos trabalhos selecionados, foi implementada uma rubrica específica. Os conceitos mais relevantes foram sintetizados em uma matriz, que estabelece o percurso pedagógico ideal para o guia de ensino. Os resultados mostraram uma estrutura curricular organizada em oito capítulos, que avança sistematicamente, desde conceitos fundamentais até conteúdos mais complexos. O guia inclui o estudo de vetores, matrizes, sistemas de equações, espaços vetoriais, transformações lineares, autovalores, aplicações tecnológicas e tópicos avançados. A avaliação realizada por seis especialistas apresentou predominância de classificações entre excelente (90-100 pontos) e muito bom (80-89 pontos). Conclui-se que é fundamental reforçar os planos de estudo, através da integração de ferramentas computacionais modernas e metodologias flexíveis, que facilitem a compreensão teórica e prática da álgebra linear em diversos domínios científicos e tecnológicos.

Palavras-chave: álgebra linear; guia didático; parecer especializado; ferramentas computacionais; planejamento curricular.

Introducción

El álgebra lineal constituye una base conceptual, que proporciona los elementos esenciales, para la comprensión de estructuras abstractas como las *transformaciones lineales* y los *espacios vectoriales* (Corless et al., 2023). Su importancia se extiende más allá del ámbito de las matemáticas puras, relacionándose con disciplinas como la física, la ingeniería, las ciencias de la computación y el análisis de datos (Alam y Mohanty, 2024).

En el ámbito universitario, la actualización continua de los planes curriculares, relacionados con el álgebra lineal, se ha convertido en una necesidad imperativa (Sabatinelli y Llanos, 2024). Las ciencias exactas constituyen un pilar esencial, en la formación integral de los estudiantes en las Instituciones de Educación Superior (IES) (Tereshchenko et al., 2024), particularmente en lo que respecta al dominio de herramientas tecnológicas y científicas (Penprase y Pickus, 2023) (Abbasi et al., 2024). Esta situación genera desafíos multidimensionales, provocando una brecha significativa, entre la formación teórica tradicional, y las exigencias del entorno académico y profesional contemporáneo.

La problemática central radica en la desactualización de los contenidos curriculares (Bjarnadóttir et al., 2024), que frecuentemente siguen estructuras rígidas desarrolladas hace décadas, sin considerar las transformaciones tecnológicas y metodológicas actuales (Johnson y Lenhard, 2024). Los programas de estudio convencionales, no logran integrar efectivamente las modernas herramientas computacionales, lo que restringe la capacidad de los estudiantes, para implementar conceptos algebraicos, en contextos prácticos y dinámicos (White, 2023) (Corless et al., 2023).

Las necesidades de aprendizaje contemporáneas, exigen una reformulación integral que contemple:

1. Integración de herramientas computacionales avanzadas (White, 2023) (Corless et al., 2023) (Matzakos et al., 2023).
2. Desarrollo de competencias de programación aplicadas al álgebra lineal (Graafsma et al., 2023).
3. Vinculación directa con problemas de investigación y aplicación industrial (Kundururu, 2023).
4. Flexibilización de metodologías de enseñanza (Iqboljon, 2024).
5. Incorporación de casos de estudio interdisciplinarios (Castle, 2023).

El desajuste curricular se manifiesta en una notable brecha, entre la enseñanza teórica y las competencias demandadas, en áreas emergentes como la *inteligencia artificial*, *el análisis de datos*,

el modelado matemático y la simulación computacional (Liu y Yang, 2024) (White, 2023) (Corless et al., 2023) (Matzakos et al., 2023). Esta situación genera dificultades significativas para los estudiantes, quienes experimentan obstáculos al intentar aplicar conceptos abstractos en implementaciones prácticas, limitando así, su capacidad de innovación y desarrollo profesional (Cirneanu y Moldoveanu, 2024) (Fisseni et al., 2023).

La resolución de esta problemática requiere un abordaje sistémico, que contemple múltiples dimensiones, tales como: la *actualización continua de contenidos*, el *fortalecimiento de la formación docente en tecnologías emergentes*, la *implementación de metodologías flexibles*, la incorporación efectiva de *herramientas computacionales*, y el establecimiento de *vínculos sólidos con los sectores productivos y de investigación*. Es por eso que, se pretende validar los contenidos de una guía didáctica de la asignatura de álgebra lineal, a través de juicio de expertos, y que satisfaga las necesidades académicas y profesionales contemporáneas, con capacidad de evolucionar y adaptarse ágilmente, a las transformaciones tecnológicas y científicas del entorno actual.

a. Evolución Histórica

El álgebra lineal se consolidó como disciplina matemática durante el siglo XIX. Hawkins (1972), documenta cómo sus fundamentos conceptuales, surgieron a partir de los trabajos pioneros de Cayley y Sylvester en Inglaterra, quienes desarrollaron métodos sistemáticos, para el estudio de las *transformaciones lineales* y las *estructuras algebraicas*. La consolidación teórica llegó en la década de 1920. Van der Waerden (1985), destaca cómo Emmy Noether, logró un nivel de abstracción matemática, que revolucionó la comprensión del álgebra, estableciendo los cimientos de la teoría moderna de *anillos* y *espacios vectoriales*.

En la primera mitad del siglo XX, Weyl (1950) evidenció el potencial de las *transformaciones lineales*, para modelar sistemas físicos complejos, profundizando la conexión entre el álgebra lineal y la física teórica, particularmente en el campo de la mecánica cuántica, trabajo que lo continuó posteriormente Ballentine (2014). Este desarrollo estableció nuevas perspectivas interdisciplinarias, que expandieron el alcance de esta disciplina más allá de las matemáticas puras. El desarrollo computacional marcó un hito fundamental en la evolución del álgebra lineal. Durante la década de 1940, Von Neumann estableció algoritmos esenciales, para la resolución numérica de *sistemas lineales*, que sentarían las bases de la computación moderna. Según documentan Golub y Van Loan (2013) estos avances transformaron el álgebra lineal, desde una disciplina puramente

teórica, hacia una herramienta práctica, con aplicaciones directas en ingeniería, física y ciencias de la computación.

La segunda mitad del siglo XX presenció una creciente abstracción y generalización de la disciplina. Halmos (2017) realizó contribuciones decisivas hacia una visión axiomática, proporcionando definiciones rigurosas de conceptos fundamentales como *espacios vectoriales*, *transformaciones lineales* y *estructuras algebraicas*. Esta aproximación estableció una comprensión más profunda y universal de los principios fundamentales del álgebra lineal.

En décadas recientes, la disciplina ha experimentado una notable convergencia, con campos emergentes como: *machine learning*, *teoría de la información* y *física cuántica*. En el ámbito del aprendizaje automático, Bishop (2006), demuestra la importancia crucial de las técnicas del álgebra lineal, en el desarrollo de métodos de *reducción de dimensionalidad*, *análisis de componentes principales* y *algoritmos de clasificación*. Por su parte, Axler (2024) propone innovadores enfoques pedagógicos, que facilitan la comprensión de conceptos complejos, contribuyendo a la democratización del conocimiento del álgebra lineal, más allá de los círculos matemáticos tradicionales.

b. Bases conceptuales

El álgebra lineal constituye una rama fundamental de las matemáticas, basada en conceptos estructurales, que analizan sistemas complejos, mediante herramientas algebraicas. Sus orígenes modernos se remontan a 1844, cuando Hermann Grassmann publicó "*La teoría de extensión*", obra que estableció los cimientos teóricos de esta disciplina.

Los *espacios vectoriales*, según Strang (2007), representan las estructuras fundamentales del álgebra lineal. Estos determinan cómo los objetos matemáticos se combinan y transforman bajo reglas específicas, conformando así la base conceptual de esta disciplina.

Por su parte, Poole (2002) destaca el papel crucial de las *transformaciones lineales* como principio central. Estas operaciones, que actúan como mapeos de espacios vectoriales, preservan las operaciones de suma y multiplicación por escalares, y así, modela relaciones matemáticas en diversos campos, desde la física hasta la ingeniería.

La contribución de Anton (2001) profundiza en los conceptos de *dependencia e independencia lineal*, herramientas analíticas esenciales para comprender la estructura y propiedades de los *sistemas de vectores*. El dominio de estas relaciones, facilita la interpretación y comprensión de *sistemas matemáticos complejos*.

Así también, del Valle Sotelo (2011), amplía esta base teórica al enfatizar el papel fundamental de las *matrices*, como representaciones algebraicas. Estas estructuras constituyen un lenguaje universal, que describe y manipula relaciones lineales, entre conjuntos de datos de manera sistemática.

Finalmente, Zaldívar (2012) sintetiza la importancia práctica de estos principios conceptuales, señalando que el álgebra lineal trasciende su naturaleza abstracta, para convertirse en un instrumento fundamental, en la resolución de problemas en múltiples disciplinas científicas y tecnológicas.

Metodología

La investigación se desarrolla mediante un diseño no experimental (LaVigne-Jones, 2023), con un enfoque cualitativo (Astutik y Purwasih, 2023), y una metodología de revisión sistemática (Hidayat y Wardat, 2024). Este marco metodológico, examina diversos autores y teorías, vinculadas a las bases conceptuales del álgebra lineal, abarcando desde sus precursores, hasta los actuales desarrolladores de rutas de aprendizaje en el ámbito universitario.

El proceso investigativo, inicia con la búsqueda y selección de autores y teorías matemáticas, relacionadas con el álgebra lineal. En esta fase se identifica referencias bibliográficas, que proporcionan tanto la fundamentación teórica como práctica necesaria para la asignatura, especialmente en el contexto de las carreras de ingeniería y ciencias.

La base documental se constituye principalmente, de libros académicos indexados y registrados en bases de datos científicas. Para su sistematización, se implementa una ficha de revisión, que documenta datos esenciales: *autor, fecha de publicación, título de la obra, edición y editorial*.

La evaluación de la calidad de las obras seleccionadas, se realiza mediante una *rúbrica específica*, que establece parámetros precisos de elegibilidad, para determinar la idoneidad de su contenido. Este proceso asegura la pertinencia y rigor académico del material seleccionado.

Los conceptos más relevantes de cada obra, se analizan y sintetizan en una *matriz estructurada*, diseñada para establecer una ruta pedagógica coherente en la guía didáctica. Esta matriz se organiza en columnas, que representan las unidades temáticas de la guía, mientras que, las filas registran las contribuciones de cada autor, en las respectivas áreas temáticas. Esta organización sistemática facilita tanto la revisión de contenidos, como la definición de los temas fundamentales para cada unidad.

La validación final de la *guía didáctica*, se realiza mediante un juicio de expertos, quienes, utilizando una *guía de revisión específica*, evalúan la calidad y pertinencia del documento académico. Este proceso de validación, determina la idoneidad del material, para su publicación y posterior implementación, en el contexto de la enseñanza universitaria.

Resultados

La **Figura 1** presenta la estructura de la guía didáctica, organizada en 8 capítulos que siguen una secuencia progresiva desde conceptos fundamentales hasta aplicaciones avanzadas. Esta estructura permite una evolución natural del aprendizaje, culminando con la implementación práctica mediante herramientas digitales y la exploración de conexiones entre el álgebra lineal y otras áreas de las ciencias exactas e ingeniería.

La organización capitular se estructura de la siguiente manera: El Capítulo 1, "*Vectores*", establece las bases fundamentales mediante el estudio de las características y representaciones vectoriales. El Capítulo 2, "*Matrices y Determinantes*", aborda los principios matemáticos de estas estructuras y su vinculación con sistemas de ecuaciones. El Capítulo 3, "*Sistemas de Ecuaciones Lineales*", profundiza en las metodologías de resolución mediante sistemas matriciales. El Capítulo 4, "*Espacios Vectoriales*", introduce los fundamentos teóricos necesarios para comprender estas estructuras matemáticas basadas en vectores y matrices. El Capítulo 5, "*Transformaciones Lineales*", explora los conceptos de núcleo e imagen a través de representaciones matriciales. El Capítulo 6, "*Autovalores y Autovectores*", examina las propiedades fundamentales de las transformaciones lineales. El Capítulo 7, "*Aplicaciones y Uso de Tecnología*", integra los conceptos teóricos con herramientas digitales como Matlab y Python. El Capítulo 8, "*Tópicos Avanzados*", explora conceptos más sofisticados de operaciones y representaciones en espacios vectoriales y matriciales, estableciendo conexiones profundas entre álgebra, geometría y otras ramas matemáticas. El desglose detallado de los contenidos específicos de cada unidad se presenta en la **Figura 2**.

Referencias Bibliográficas	Contenidos							
	Capítulo 1: Vectores	Capítulo 2: Matrices y Determinantes	Capítulo 3: Sistemas de Ecuaciones Lineales	Capítulo 4: Espacios Vectoriales	Capítulo 5: Transformaciones Lineales	Capítulo 6: Autovalores y Autovectores	Capítulo 7: Aplicaciones y Uso de Tecnología	Capítulo 8: Tópicos Avanzados
Anton, Howard (2001)		C1, C2, C3		C4	C5	C6	C7	
Axler (2024)				C1, C2	C3, C4	C5, C6		C7, C8, C9
Beezer (2015)	C2	C3, C5	C1	C4	C7	C6, C8		
Boyd y Vandenberghe (2018)	C1	C2				C3		
Collazos Sánchez, et al. (2024)		C1, C2, C3		C4	C5	C6		
Del Valle Sotelo (2011)		C1, C2		C3	C5	C6, C7		C4, C8
Friedberg et al. (2018)		C3, C4		C1	C2	C5, C6		C7
Friedland y Aliabadi (2018)				C1		C4		C2, C3, C5, C6
Grossman y Flores (2012)		C1, C2, C3, C4		C5	C7	C6		C8
Hoffman y Kunze (1973)		C5	C1	C2	C3	C4		C6, C7, C9, C10
Johnson et al. (2018)		C1, C2, C3		C4		C3, C6		C7
Kolman y Hill (2006)		C1, C2, C3, C4, C5		C6, C7	C10	C8, C9	C12	C11
Lang (1987)		C1, C2, C6, C7		C3	C4, C5	C8		
Lay (2012)		C2, C3	C1	C4		C5, C6		C7, C8, C9, C10
Lipschitz y Lipson (2018)	C2	C3, C4, C7	C1	C5		C6, C8, C10		C11, C12, C13, C14
Meyer (2023)		C3, C6	C1, C2	C4		C5, C7		C8
Moh, Tzuong-Tsieng (2020)			C1			C4		C2, C3, C5, C6
Noble y Daniel (1988)		C1, C2, C3, C4, C5			C6	C7		C8, C9, C10, C11
Poole (2002)		C1, C2, C3, C5		C6		C4		C7, C8
Shores (2018)		C2	C1	C3	C4	C5		C6
Sadun (2007)				C2	C3	C4		C1, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11
Strang (2007)	C3	C1, C4		C2	C6, C7	C5		C8
Zaldivar (2012)		C4	C3	C1	C2	C5, C7		C6, C8, C9, C10

Figura 1. Contenido de la guía didáctica, relacionada con las referencias bibliográficas

<p>Capítulo 1: Vectores</p> <p>1.1 Aspectos geométricos y algebraicos de los vectores 1.2 Operaciones vectoriales: suma, resta y multiplicación por escalar 1.3 Norma, distancia y producto escalar 1.4 Proyecciones ortogonales y ángulos entre vectores. 1.5 Vectores y geometría del espacio 1.6 Funciones vectoriales 1.7 Ortogonalidad 1.8 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>	<p>Capítulo 2: Matrices y Determinantes</p> <p>2.1 Definición y propiedades 2.2 Operaciones matriciales 2.3 Tipos de matrices 2.4 Determinantes 2.5 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>	<p>Capítulo 3: Sistemas de Ecuaciones Lineales</p> <p>3.1 Definición y propiedades 3.2 Clasificación y Métodos de Solución 3.3 Formulación matricial de sistemas lineales 3.4 Sistemas homogéneos y no homogéneos 3.5 Métodos de resolución matricial 3.6 Análisis de soluciones 3.5 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>	<p>Capítulo 4: Espacios Vectoriales</p> <p>4.1 Definición y propiedades 4.2 Subespacios vectoriales 4.3 Combinaciones lineales y span 4.4 Independencia lineal 4.5 Base y dimensión 4.6 Cambio de base 4.7 Bases ortonormales y proyecciones en \mathbb{R}^n 4.8 Espacios de producto interior 4.9 Espacios vectoriales normados 4.10 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>
<p>Capítulo 5: Transformaciones Lineales</p> <p>5.1 Definición formal 5.2 Propiedades fundamentales 5.3 Núcleo e imagen 5.4 Representación matricial 5.5 Isomorfismos 5.6 Transformaciones Inversas 5.7 Transformaciones lineales entre espacios vectoriales 5.8 Teorema del rango-nullidad 5.9 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>	<p>Capítulo 6: Autovalores y Autovectores</p> <p>6.1 Polinomios de matrices 6.2 Polinomio característico 6.3 Valores propios o autovalores 6.4 Vectores propios o Autovectores y espacios propios 6.5 Diagonalización de matrices 6.6 Matrices simétricas y diagonalización ortogonal 6.7 Polinomio mínimo 6.8 Mínimos cuadrados 6.9 Ejercicios resueltos y ejercicios propuestos</p>	<p>Capítulo 7: Aplicaciones y Uso de Tecnología</p> <p>7.1. MATLAB 7.2. Python 7.3. Biblioteca de álgebra lineal 7.4. Actividades</p>	<p>Capítulo 8: Tópicos Avanzados</p> <p>8.1. Álgebra Lineal numérica 8.2. Formas canónicas 8.3. Funcionales lineales y espacio dual 8.4. Formas bilineales, cuadráticas y hermiticas 8.5. Matrices simétricas y formas cuadráticas 8.6. Operadores lineales en espacios con producto interno 8.7. Geometría de espacios vectoriales 8.8. Teoría de Perron-Frobenius 8.9. Descomposición en valores singulares (SVD) 8.10. Tensores y álgebra multilineal 8.11. Introducción a los espacios de Hilbert</p>

Figura 2. Contenido de la guía didáctica

La Tabla 1, muestra los aspectos a evaluar que contiene la guía de revisión, utilizados en el análisis por juicio de expertos, afines al área de conocimiento, donde se evidencian las categorías establecidas, tales como: aspectos formales, los contenido conceptual y pedagógico, el rigor metodológico y los estándares bibliográficos y éticos. Es importante destacar que, además del análisis y evaluación de la presentación formal de la guía didáctica, se analizan aspectos didácticos y pedagógicos, que deben estar presentes en cualquier interacción maestro-estudiante; así como, el contenido teórico y práctico de la misma, contenido en el módulo de aprendizaje.

Tabla 1. Aspectos a evaluar presentes de la guía de revisión para juicio de expertos

Categorías	Códigos	ASPECTO A EVALUAR
Aspectos Formales (20 puntos)	Elementos Estructurales y de Presentación	Completitud y diseño profesional de la portada
		Tabla de contenidos clara y exhaustiva
		Estructura lógica del documento
		Tipografía y diseño apropiados
		Formato consistente en todo el documento
	Materiales Gráficos	Calidad y pertinencia de las representaciones visuales
		Claridad de figuras, diagramas e ilustraciones
		Numeración y etiquetado apropiados
		Alineación con objetivos pedagógicos
		Explicaciones visuales de conceptos algebraicos complejos
Contenido Conceptual y Pedagógico (30 puntos)	Marco Teórico	Alineación con estándares actuales del currículo de álgebra lineal
		Cobertura integral de conceptos algebraicos clave
		Profundidad y amplitud de explicaciones teóricas
		Integración de perspectivas algebraicas modernas
	Estrategias de Aprendizaje	Enfoques de aprendizaje diversos y efectivos
		Objetivos de aprendizaje claros para cada sección
		Progresión de aprendizaje escalonada
		Alineación con diferentes estilos de aprendizaje

	Aplicaciones Prácticas	Integración de metodologías de resolución de problemas
		Ejemplos de aplicaciones del mundo real
		Conexiones interdisciplinarias
		Integración computacional y tecnológica
		Ejercicios prácticos y estudios de caso
		Vínculos con campos emergentes (ciencia de datos, aprendizaje automático)
Rigor Metodológico (20 puntos)	Precisión Conceptual	Exactitud de definiciones matemáticas
		Terminología clara y precisa
		Secuencia lógica de presentación de conceptos
		Evitar complejidad innecesaria
	Herramientas Pedagógicas	Conjuntos de problemas exhaustivos
		Mecanismos de autoevaluación
		Recursos de aprendizaje complementarios
		Componentes digitales e interactivos
		Niveles de dificultad diferenciados
Estándares Bibliográficos y Éticos (10 puntos)	Citación y Referencias	Cumplimiento del estilo APA u otro estilo de citación preferido
		Bibliografía exhaustiva y actualizada
		Atribución apropiada de fuentes
		Inclusión de referencias fundamentales y contemporáneas
	Integridad Académica	Contenido original
		Referencias transparentes
		Evitar plagio
		Presentación ética de conceptos matemáticos

La **Tabla 2**, muestra los resultados de la revisión de contenidos, realizada por los expertos en el área de conocimiento. En este caso fueron seis expertos que revisaron el material, y dieron su opinión respecto al contenido y presentación de la guía didáctica.

Tabla 2. Calificaciones de expertos sobre la guía didáctica

CALIFICACIÓN	NÚMERO DE EXPERTOS
Excelente (90-100 puntos):	2
Muy Bueno (80-89 puntos):	3
Bueno (70-79 puntos):	1
Necesita Mejora (0-69 puntos):	

Discusión

El álgebra lineal se ha consolidado como una asignatura fundamental, en los planes curriculares actuales de las Instituciones de Educación Superior (IES), a diferencia de años anteriores, cuando no se impartía en los primeros niveles universitarios. Diversos investigadores como Sabatinelli y Llanos (2024), Tereshchenko (2024), Bjarnadóttir et al. (2024) y Penprase y Pickus (2023) señalan la importancia de analizar y actualizar constantemente estos planes curriculares. Esta actualización debe incorporar metodologías didácticas y pedagógicas, apoyadas en herramientas tecnológicas, facilitando que, los estudiantes asimilen efectivamente, los conocimientos abstractos propios de las ciencias exactas, como lo destacan Johnson y Lenhard (2024) e Iqboljon (2024). Estas herramientas son especialmente relevantes para el análisis de datos, modelado matemático y simulación computacional, según lo documentan White (2023), Corless et al. (2023) y Graafsma et al. (2023), incluyendo aplicaciones de inteligencia artificial (Liu y Yang, 2024) (Matzakos et al., 2023) (Abbasi et al., 2024) y ciencia de datos (Kundurur, 2023).

En la actualidad, el desarrollo del conocimiento, ha experimentado una evolución significativa, impulsada principalmente por la integración de soportes tecnológicos en entornos académicos. Esta integración fortalece la innovación en las IES (Cirneanu y Moldoveanu, 2024) (Fisseni et al., 2023), promoviendo un enfoque interdisciplinario (Castle, 2023), que beneficia especialmente a los campos de ingeniería y ciencias (Alam y Mohanty, 2024).

El temario de Álgebra Lineal para primer semestre universitario, ofrece un recorrido didáctico estructurado, que aborda sistemáticamente los conceptos matemáticos fundamentales. Este programa progresa desde conceptos básicos, hasta contenidos más abstractos y avanzados,

fundamentándose en las contribuciones de destacados autores en el campo del álgebra lineal, tales como Anton, Howard (2001), Axler (2024), Beezer (2015), Boyd y Vandenberghe (2018), Collazos Sánchez, et al. (2024), del Valle Sotelo, J. C. (2011), Friedberg et al. (2018), Friedland y Aliabadi (2018), Grossman y Flores (2012), Hoffman y Kunze (1973), Johnson et al. (2018), Kolman y Hill (2006), Lang (1987), Lay (2012), Lipschitz y Lipson (2018), Meyer (2023), Moh, Tzuong-Tsieng (2020), Noble y Daniel (1988), Poole (2002), Shores (2018), Sadun (2007), Strang (2007) y Zaldívar (2012).

El programa está estructurado en *tres etapas principales*. La primera mitad establece una base sólida, comenzando con el estudio de vectores y sus operaciones, para luego abordar matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales. Estas unidades iniciales proporcionan las herramientas algebraicas fundamentales que facilitan a los estudiantes, desarrollar sólidas habilidades en la resolución de problemas matemáticos. La segunda etapa introduce conceptos más avanzados, como espacios vectoriales y transformaciones lineales, representando un salto cualitativo en la complejidad conceptual. A través del estudio de autovalores y autovectores, se profundiza en herramientas esenciales para el análisis matricial. Estos conceptos constituyen una base matemática fundamental, para aplicaciones en diversas disciplinas científicas y de ingeniería. A través de definiciones abstractas, los estudiantes exploran propiedades fundamentales como la independencia lineal, el núcleo y la imagen de transformaciones, preparándose así, para análisis matemáticos más sofisticados.

En la tercera etapa se adopta un enfoque práctico y orientado al futuro. La séptima unidad establece conexiones entre la teoría y las herramientas tecnológicas modernas como MATLAB y Python, preparando a los estudiantes para entornos profesionales contemporáneos. La octava unidad actúa como puente interdisciplinario, evidenciando la versatilidad y amplia aplicabilidad del álgebra lineal.

En el panorama actual del álgebra lineal, se identifican desafíos fundamentales, que representan tanto retos científicos, como oportunidades para la innovación. Estos desafíos se manifiestan en *tres dimensiones críticas*: la *generalización de métodos de descomposición matricial*, el *desarrollo de algoritmos más eficientes en álgebra lineal numérica*, y la *exploración de estructuras lineales en sistemas multidimensionales*. Estas áreas de investigación se fundamentan en los trabajos seminales de diversos autores como Hawkins (1972), Van der Waerden (1985), Weyl (1950),

Ballentine (2014), Golub y Van Loan (2013), Halmos (2017), Bishop (2006), Axler (2024), Sadun (2007), Moh, Tzuong-Tsieng (2020) y Lay (2012).

La evaluación realizada por juicio de expertos, indica que el temario ha alcanzado un nivel de madurez apropiado para su publicación, aunque se recomienda implementar mejoras graduales. La incorporación progresiva de estos elementos, podría elevar este documento académico, a una herramienta pedagógica excepcional, para la enseñanza del álgebra lineal en el primer semestre universitario.

Conclusiones

El álgebra lineal se ha consolidado, como una disciplina matemática fundamental en constante evolución. Su alcance trasciende las matemáticas puras, encontrando aplicaciones cruciales en física, ingeniería, ciencias de la computación y análisis de datos. Su desarrollo histórico evidencia una progresión, desde métodos discretos de resolución de ecuaciones, hasta convertirse en una sofisticada herramienta teórica, capaz de modelar realidades abstractas en múltiples disciplinas científicas.

La desactualización significativa, de los planes curriculares tradicionales de álgebra lineal, compromete la formación integral de los estudiantes. Esta brecha educativa se manifiesta principalmente, en la limitada integración de herramientas computacionales modernas, lo que restringe la capacidad de los estudiantes, para aplicar conceptos algebraicos en entornos prácticos y dinámicos.

La enseñanza actual del álgebra lineal, demanda un enfoque sistémico, que incorpore *cuatro elementos clave: actualización permanente de contenidos, formación docente en nuevas tecnologías, flexibilidad metodológica e integración de herramientas computacionales*. Este currículo contemporáneo debe funcionar como un sistema dinámico, adaptándose ágilmente a las transformaciones tecnológicas y científicas del campo profesional.

Para abordar estos desafíos, se propone implementar un modelo de actualización curricular continua que: integre herramientas computacionales avanzadas como MATLAB y Python; desarrolle competencias específicas de programación aplicadas al álgebra lineal; establezca vínculos directos con problemas de investigación y aplicación industrial; flexibilice las metodologías de enseñanza; incorpore casos de estudio interdisciplinarios. Estas modificaciones

permitirán que los estudiantes, dominen tanto los fundamentos teóricos, como las aplicaciones prácticas del álgebra lineal, en un entorno tecnológico dinámico y cambiante.

Las áreas específicas de mejora, para elevar la calidad del temario, incluyen la incorporación de representaciones visuales más abundantes, especialmente en unidades complejas como transformaciones lineales y autovalores. Asimismo, es necesario expandir los mecanismos de autoevaluación, para facilitar un monitoreo más efectivo del progreso estudiantil. En las secciones avanzadas, se recomienda optimizar la accesibilidad de las explicaciones, mediante la simplificación de la terminología, y la inclusión de contextos más intuitivos, que faciliten la comprensión de los conceptos.

Referencias

1. Abbasi, B. N., Wu, Y., y Luo, Z. (10 de 2024). Exploring the impact of artificial intelligence on curriculum development in global higher education institutions. *Education and Information Technologies*, 29(15), 1-35. <https://doi.org/10.1007/s10639-024-13113-z>
2. Alam, A., y Mohanty, A. (5 de 2024). Unveiling the complexities of ‘Abstract Algebra’ in University Mathematics Education (UME): fostering ‘Conceptualization and Understanding’ through advanced pedagogical approaches. *Cogent Education*, 11(1), 2355400. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2355400>
3. Anton, H. (2001). *Introducción al Álgebra Lineal (Quinta Edición ed.)*. Mexico: Limusa Wiley. <https://archive.org/details/al-anton-5ta-ed-1/page/n1/mode/1up>
4. Astutik, E. P., y Purwasih, S. M. (1 de 2023). Field Dependent Student Errors in Solving Linear Algebra Problems Based on Newman's Procedure. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(1), 169-180. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v12i1.765>
5. Axler, S. (2024). *Linear Algebra Done Right (Fourth Edition ed.)*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-41026-0>
6. Ballentine, L. E. (2014). *Quantum mechanics: a modern development*. Singapore: World Scientific Publishing Company.
7. Beezer, R. A. (2015). *A First Course in Linear Algebra (Third Edition ed.)*. Congruent Press. <https://www.amazon.com/First-Course-Linear-Algebra/dp/0984417559>
8. Bishop, C. M. (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. New York, NY: Springer.

9. Bjarnadóttir, K., De Bock, D., y de Carvalho, J. B. (2024). The Origin and Evolution of the Concept of Mathematics Curriculum. Fourth International Handbook of Mathematics Education. Switzerland: Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-031-51474-6_23
10. Boyd, S., y Vandenberghe, L. (2018). Introduction to Applied Linear Algebra: Vectors, Matrices, and Least Squares (First Edition ed.). Cambridge University Press. <https://books.google.com.ec/books?id=IApaDwAAQBAJ&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>
11. Castle, S. D. (2023). Coding for Creativity: Exploring the Impact of Computing Enacted Through Coding on Students' Mathematical Creativity in Linear Algebra. Michigan State University. <https://doi.org/10.25335/caxe-kh32>
12. Cirneanu, A. L., y Moldoveanu, C. E. (7 de 2024). Use of digital technology in integrated mathematics education. Applied System Innovation, 7(4), 66. <https://doi.org/10.3390/asi7040066>
13. Collazos Sánchez, J. A., Ramirez Vanegas, C. A., y Montoya G., O. D. (2024). Introducción al Álgebra Lineal (Primera Edición ed.). Ecoe Ediciones S.A.S. [https://books.google.com.ec/books?id=2dIKEQAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=inaut hor:%22%C3%93scar+Danilo+Montoya+Giraldo%22&hl=es-419&newbks=1&newbks_redir=0&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.ec/books?id=2dIKEQAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=inaut+hor:%22%C3%93scar+Danilo+Montoya+Giraldo%22&hl=es-419&newbks=1&newbks_redir=0&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false)
14. Corless, R. M., Jeffrey, D. J., y Shakoori, A. (2023). Teaching Linear Algebra in a Mechanized Mathematical Environment. International Conference on Intelligent Computer Mathematics. 14101, pp. 113-129. Switzerland: Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-031-42753-4_8
15. Del Valle Sotelo, J. C. (2011). Álgebra lineal: Fundamentos teóricos y computacionales (Primera Edición ed.). McGraw-Hill. https://www.academia.edu/42852705/Algebra_Lineal_para_estudiantes_de_Ingenieria_Juan_Carlos_Del_Valle_Sotelo
16. Fisseni, B., Sarikaya, D., y Schröder, B. (9 de 2023). How to frame innovation in mathematics. Synthese, 202(4), 108. <https://doi.org/10.1007/s11229-023-04310-3>
17. Friedberg, S. H., Insel, A. J., y Spence, L. E. (2018). Linear Algebra (Quinta Edición ed.). Pearson. <https://www.amazon.com/-/es/Linear-Algebra-Stephen-Friedberg/dp/0134860241>

18. Friedland, S., y Aliabadi, M. (2018). *Linear Algebra and Matrices* (First Edition ed.). Society for Industrial and Applied Mathematics. <https://doi.org/10.1137/1.9781611975147>
19. Golub, G. H., y Van Loan, C. F. (2013). *Matrix computations* (4th edition ed.). Baltimore, MD.: The Johns Hopkins University Press.
20. Graafsma, I. L., Robidoux, S., Nickels, L., Roberts, M., Polito, V., Zhu, J. D., y Marinus, E. (1 de 2023). The cognition of programming: logical reasoning, algebra and vocabulary skills predict programming performance following an introductory computing course. *Journal of Cognitive Psychology*, 35(3), 364-381. <https://doi.org/10.1080/20445911.2023.2166054>
21. Grossman, S. I., y Flores Godoy, J. J. (2012). *Álgebra lineal* (Séptima Edición ed.). McGraw-Hill. <https://archive.org/details/lgebralineal-7maedicin-stanleyl-140728213404-phpapp02-1/lgebralineal-7maedicin-stanleyl-140728213404-phpapp02-1/>
22. Halmos, P. R. (2017). *Finite-dimensional vector spaces*. Courier Dover Publications.
23. Hawkins, T. (1 de 1972). Hypercomplex numbers, Lie groups, and the creation of group representation theory. *Archive for History of Exact Sciences*, 8(s.n.), 243-287. <https://doi.org/10.1007/BF00328434>
24. Hidayat, R., y Wardat, Y. (9 de 2024). A systematic review of augmented reality in science, technology, engineering and mathematics education. *Education and Information Technologies*, 29(8), 9257-9282. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12157-x>
25. Hoffman, K., y Kunze, R. (1973). *Álgebra lineal* (Primera Edición ed.). Prentice-Hall. <https://archive.org/details/algebra-lineal-hoffman-2a-edicion/Algebra%20Lineal%20Hoffman%20a%20Edici%C3%B3n/>
26. Iqboljon, X. (1 de 2024). System of linear algebraic equations and methods of their solution. *Multidisciplinary Journal of Science and Technology*, 4(1), 39-44. <https://mjstjournal.com/index.php/mjst/article/view/695>
27. Johnson, A., y Lenhard, J. (2024). *Cultures of Prediction: How Engineering and Science Evolve with Mathematical Tools*. MIT Press. <https://doi.org/10.1080/19378629.2024.2429078>
28. Johnson, L. W., Riess, R. D., y Arnold, J. T. (2018). *Introduction to Linear Algebra* (Fifth Edition ed.). Pearson. <https://www.chegg.com/textbooks/introduction-to-linear-algebra-6th-edition-9780321334459-0321334450>

29. Kolman, B., y Hill, D. R. (2006). *Álgebra lineal* (Octava Edición ed.). Pearson Prentice Hall. <https://www.cs.buap.mx/~sandoval/ALAverano2013/AlgebraLineal.pdf>
30. Kunduru, A. R. (4 de 2023). Recommendations to advance the cloud data analytics and chatbots by using machine learning technology. *International Journal of Engineering and Scientific Research*, 11(3), 8-20. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/101521490/IJESR2April23_15986_7153_-libre.pdf?1682515545=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DRecommendations_to_Advance_the_Cloud_Dat.pdf&Expires=1734557271&Signature=MqpOdQJ2bufGmsaSBvfXbzKqJ8BkQk-Bof2
31. Lang, S. (1987). *Linear Algebra* (Thirth Edition ed.). Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4757-1949-9>
32. LaVigne-Jones, D. (2023). *nstructional Practices Impacting Struggling Eighth Graders' Reading Achievement: A Non-Experimental Quantitative Analysis*. New York: St. John's University. <https://www.proquest.com/openview/882a3dd3df458bc91369b6167a7c7d67/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
33. Lay, D. C. (2012). *Álgebra lineal y sus Aplicaciones* (Cuarta Edición ed.). Pearson Prentice Hall. <https://archive.org/details/algebra-lineal-y-sus-aplicaciones-4ta-ed>
34. Lipschutz, S., y Lipson, M. L. (2018). *Schaum's outlines linear algebra* (Sixth Edition ed.). McGraw-Hill. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7830760/mod_folder/content/0/%5BSchaums%20Outline%20series%5D%20Lipschutz%2C%20Seymour_%20Lipson%2C%20Marc%20-%20Schaums%20outlines.%20Linear%20algebra%20%282018%2C%20McGraw-Hill%20Education%29.pdf
35. Liu, C., y Yang, S. (8 de 2024). Application of large language models in engineering education: A case study of system modeling and simulation courses. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, s.n.(s.n.), 03064190241272728. <https://doi.org/10.1177/03064190241272728>
36. Matzakos, N., Doukakis, S., y Moundridou, M. (17 de 10 de 2023). Learning mathematics with large language models: A comparative study with computer algebra systems and other

- tools. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 18(20), 51-71.
<https://www.learntechlib.org/p/223774/>
37. Meyer, C. D. (2023). *Matrix analysis and applied linear algebra* (Second Edition ed.). SIAM. <https://www.amazon.com/Matrix-Analysis-Applied-Linear-Algebra/dp/1611977436>
38. Moh, T.-T. (2020). *Linear algebra and its applications* (Vol 10 ed.). World Scientific Publishing Company. <https://www.amazon.com/LINEAR-ALGEBRA-APPLICATIONS-University-Mathematics/dp/981323542X>
39. Noble, B., y Daniel, J. W. (1988). *Applied linear algebra* (Third Edition ed.). Prentice-Hall. <https://doi.org/10.2307/3619970>
40. Penprase, B., y Pickus, N. (2023). *The new global universities: Reinventing education in the 21st century*. New Jersey: Princeton University Press. <https://books.google.com.ec/books?id=3yqrzweECAAJ&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>
41. Poole, D. (2002). *Álgebra lineal: Una introducción moderna* (Tercera Edición ed.). Cengage Learning. <https://archive.org/details/algebra-lineal-poole/page/n2/mode/1up>
42. Sabatinelli, P. A., y Llanos, V. C. (4 de 2024). *Álgebra Lineal y Geometría Analítica en la formación de ingenieros en Argentina desde 1810 a la actualidad: análisis macrodidáctico*. *Educación Matemática*, 36(1), 121-156. <https://doi.org/10.24844/EM3601.05>
43. Sadun, L. (2007). *Applied Linear Algebra: The Decoupling Principle* (Second Edition ed.). Amer Mathematical Society. <https://es.scribd.com/document/585357832/Lorenzo-Sadun-Applied-Linear-Algebra-the-Decoupling-Principle-American-Mathematical-Society-2007>
44. Shores, T. S. (2018). *Applied linear algebra and matrix analysis* (Second Edition ed.). New York: Springer. <https://doi.org/10.1017/mag.2020.80>
45. Strang, G. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones* (Cuarta Edición ed.). Thomson. <https://archive.org/details/AlgebraLinealYSusAplicaciones.Strang>
46. Tereshchenko, E., Kurnia, S., Mbogho, A., y Happonen, A. (8 de 2024). *Why do Women Refrain from IT/ICT studies at Higher Education Institutions? A Literature Review*. *International Journal of Gender, Science and Technology*, 16(2), 101-123. <https://genderandset.open.ac.uk/index.php/genderandset/article/view/1297>

47. Van der Waerden, B. L. (1985). A history of algebra: From al-Khwārizmī to Emmy Noether. Springer Science & Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-51599-6>
48. Weyl, H. (1950). The theory of groups and quantum mechanics. New York: Courier Corporation.
49. White, R. E. (2023). Computational Linear Algebra: with Applications and MATLAB® Computations. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9781003304128>
50. Zaldívar, F. (2012). Introducción al Álgebra Lineal (Segunda Edición ed.). UNAM. <https://archive.org/details/MirAlgebraLinealV.Voevodin>

© 2025 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).