



Análisis modelo no lineal de un amplificador clase A implementado con BJT polarizado empleando un divisor de tensión

Nonlinear model analysis of a class A amplifier implemented with polarized BJT using a voltage divider

Análise de modelo não linear de um amplificador classe A implementado com BJT polarizado usando um divisor de tensão

Jesús Rodríguez-Flores ^I
jesus.rodriguez@ute.ecu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-6254-2348>

Andrés Morocho-Caiza ^{II}
andres.morocho@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0003-3146-8784>

Jorge L Paucar ^{III}
jlpaucar@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-1704-8583>

Martin Medina-Sánchez ^{IV}
martindamian.medina@uvigo.es
<https://orcid.org/0000-0003-2158-7202>

Correspondencia: jesus.rodriguez@ute.ecu.ec

Ciencias Técnicas y Aplicadas
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 08 de marzo de 2024 * **Aceptado:** 19 de abril de 2024 * **Publicado:** 14 de mayo de 2024

- I. Universidad UTE, Ecuador.
- II. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Ecuador.
- III. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Ecuador.
- IV. Universidad de Vigo, España.

Resumen

En la investigación se establece un procedimiento para determinar los parámetros y el desarrollo de un modelo dinámico no lineal de un amplificador clase A polarizado con BJT polarizado empleando un divisor de tensión. Se empleó el método descriptivo basados en la ecuación de Shockley para definir las corrientes de base y de colector del transistor, se desarrollaron ecuaciones no lineales y lineales que permitieran encontrar el punto quiescent de polarización para finalmente obtener la relación de las resistencias relacionadas con la carga del amplificador, se implementó una simulación anidada que resuelve las no linealidades y la dinámica del modelo obtenido. El estudio determinó la ganancia a partir de la simulación del modelo no lineal y del modelo lineal aproximado, se evaluó la condición de operación en zona no lineal del amplificador determinándose su rango de excursión.

Palabras claves: Amplificador clase A; Transistor BJT; Modelo dinámico no lineal; Punto de operación quiescent; Zona no lineal.

Abstract

In the research, a procedure is established to determine the parameters and the development of a nonlinear dynamic model of a polarized class A amplifier with polarized BJT using a voltage divider. The descriptive method based on the Shockley equation was used to define the base and collector currents of the transistor. Nonlinear and linear equations were developed to find the polarization quiescent point to finally obtain the relationship of the resistances related to the load. of the amplifier, a nested simulation was implemented that resolves the nonlinearities and dynamics of the obtained model. The study determined the gain from the simulation of the nonlinear model and the approximate linear model, the operating condition in the nonlinear zone of the amplifier was evaluated, determining its excursion range.

Keywords: Class A amplifier; BJT transistor; Nonlinear dynamic model; quiescent operating point; Non-linear zone.

Resumo

Na pesquisa é estabelecido um procedimento para determinação dos parâmetros e desenvolvimento de um modelo dinâmico não linear de um amplificador classe A polarizado com BJT polarizado

utilizando um divisor de tensão. O método descritivo baseado na equação de Shockley foi utilizado para definir as correntes de base e de coletor do transistor e equações lineares foram desenvolvidas para encontrar o ponto quiescente de polarização para finalmente obter a relação das resistências relacionadas à carga do amplificador. foi implementada uma simulação aninhada que resolve as não linearidades e dinâmicas do modelo obtido. O estudo determinou o ganho proveniente da simulação do modelo não linear e do modelo linear aproximado, avaliou-se a condição de operação na zona não linear do amplificador, determinando sua faixa de excursão.

Palavras-chave: Amplificador Classe A; Transistor BJT; Modelo dinâmico não linear; ponto de operação quiescente; Zona não linear.

Introducción

Si bien el desarrollo de simuladores de circuitos electrónicos modernos es un esfuerzo continuo con muchas contribuciones, algunos pioneros marcaron hitos importantes. En 1950, Jay Forrester plateó el Sistema de Dinámica Industrial (SDS) con el que desarrolló el primer simulador de circuitos electrónico a gran escala, el SDS, para modelar la economía estadounidense, demostrando la viabilidad de la simulación de circuitos complejos y sentando las bases para simuladores posteriores (Forrester, 1997, 2007). Entre los años 1940 y 1950, H.W. Bode desarrolló de la gráfica de Bode, una herramienta gráfica para analizar la respuesta en frecuencia de circuitos electrónicos lo que facilitó la simulación de la respuesta de circuitos a señales dinámicas (Franklin et al., 2002). Para 1947 William Shockley y Walter Houser Brattain inventaron el transistor, un componente electrónico fundamental que revolucionó la electrónica y permitió simuladores más eficientes. Los transistores permitieron la miniaturización de los simuladores y la simulación de circuitos más complejos (Riordan & Hoddeson, 2007). Entre los años de 1960 y 1970 A.C. Smith desarrolló el método de nodos modificados, un algoritmo fundamental para la simulación de circuitos, su método es ampliamente utilizado en simuladores modernos y ha mejorado la eficiencia y precisión de la simulación (Mandache et al., 2011). Como proyecto se tiene a Berkeley Spice, un simulador de circuitos electrónicos de código abierto desarrollado en la Universidad de California, Berkeley, en la década de 1970. Se convirtió en la referencia en la simulación de circuitos, sentando las bases para simuladores comerciales como PSpice y Multisim. Fue desarrollado por un equipo de investigadores y estudiantes de la Universidad de California, Berkeley, bajo la dirección del profesor Lawrence Nagel. El desarrollo de Berkeley Spice se inició en la década de 1970 con el

objetivo de crear un simulador de circuitos electrónico robusto, preciso y accesible para la comunidad académica y de investigación. El equipo de Berkeley se basó en el trabajo previo de otros investigadores en simulación de circuitos, como el método de nodos modificados de A.C. Smith, para desarrollar un simulador que pudiera manejar una amplia gama de circuitos y componentes electrónicos (Hewlett & Wilamowski, 2011; Pederson, 1984).

La investigación se centra en diseñar un amplificador clase A, implementado con BJT polarizado empleando un divisor de tensión, considerando el modelo no lineal del componente electrónico, evaluar todas las implicaciones que este modelo conlleva y transitar el camino de efectuar la evaluación de esta topología desarrollando desde cero todas las ecuaciones que llevan a la simulación dinámica no lineal, para cuando no se considera, de manera estricta, el método de nodos modificados. Finalmente, se tiene que la evidencia empírica respalda los resultados obtenidos, los cuales se validan con la obtención de la ganancia y determinación de condición de fase, así como también la simulación del comportamiento en condición no lineal, para cuando el amplificador transita las zonas de corte y saturación, además de la zona activa. Este estudio en particular tiene la importancia de retomar las bases que en su momento se generaron, para lograr simular la dinámica no lineal de circuitos electrónicos, mismas que por haber sido superadas han dejado de impartirse en los escenarios académicos, principalmente en nuestros países en camino al desarrollo. El dominio de estos conocimientos en materia de simulación dinámica no lineal de componentes electrónicos, abren las puertas al análisis de circuitos de mayor complejidad, sobre todo para estudiar particularidades en electrónica de potencia, sin perder detalle de lo que se puede encontrar en una experimentación real, con el beneficio de poder controlar los escenarios de experimentación, reducir costos y ser mucho más asertivos al momento de la implementación.

Durante el desarrollo de la investigación se procedió a plantear el modelo matemático no lineal descriptivo del BJT, tanto para la corriente del diodo de base como de la corriente de colector. Se plantean las ecuaciones no lineales y lineales para determinar el punto de operación quiescent, luego se establece la relación entre la resistencia de colector y la de carga, tal que se satisfaga la condición de ganancia del amplificador. Finalmente, conocido los estados de los tres condensadores, presentes en el circuito, se plantean las ecuaciones no lineales para determinar la tensión de salida y de emisor, lo que permite estimar las corrientes de los condensadores para posteriormente aplicar un Runge-Kutta y determinar los estados futuros de tensión de los condensadores. Con la simulación se tiene la tensión de salida, la cual con métodos estadísticos

permite determinar su amplitud y fase, lo que consecuentemente permite determinar la ganancia del amplificador, como cierre de la investigación se determina la máxima excursión de la señal de salida, para la topología diseñada, con base en la simulación y se sustenta con el análisis de las rectas de carga tanto en dc como ac.

Métodos

En el estudio se emplean ecuaciones para describir el comportamiento del BJT semiconductor. Para el diodo de base se emplea la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** de Shockley (Boylestad, 2009, pp. 13), y partiendo de la ecuación propuesta por Shockley se propone una ecuación descriptiva para la corriente de colector, aunque se sustenta en la ecuación cuántica de Shockley se fundamenta en la descripción del comportamiento matemático de la corriente de colector ajena a la física que lo explica, como se muestra en la ecuación (2).

$$I_B(V_{BE}) = I_{SS}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) \quad (1)$$

$$I_C(V_{CE}, V_{BE}) = \frac{\beta \cdot I_{SS}(e^{V_{BE}/V_T} - 1) \cdot \left(1 - e^{-\frac{V_{CE}}{\lambda V_{sat}}}\right)}{(1 - \gamma \cdot g_c \sqrt{|V_{CE}|})} \quad (2)$$

En las ecuaciones **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y (2) la tensión debida al efecto térmico, explicado según Boltzmann, se determina empleando la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, la cual es una expresión simplificada para el voltaje térmico (Malvino, 2010).

$$V_T = \frac{T_C^\circ + 273.15}{11600} \quad (3)$$

La Figura 3 es una muestra de la aplicación de la ecuación (2) en la cual se muestra el comportamiento de la corriente de colector ante diferentes corrientes de base. La Figura 3 destaca la pérdida de idealidad de la corriente de colector, como fuente de corriente, en zona activa, en la medida que se incrementa la corriente de polarización de base.

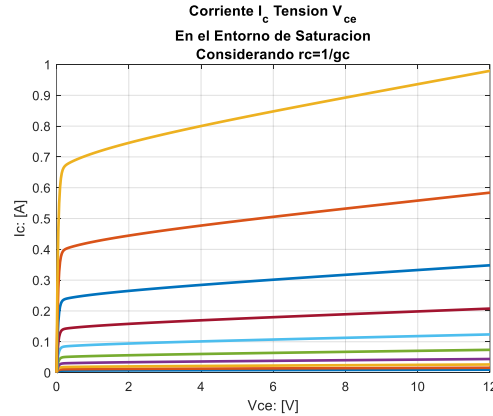


Figura 1: Corriente de colector obtenida con la ecuación (2)

La Figura 2, muestra la polarización del BJT empleando un divisor de tensión. Las ecuaciones (4), (5) y (6) son resultado de la aplicación de la ley de corriente de Kirchhoff en los nodos de base, colector y emisor, respectivamente.

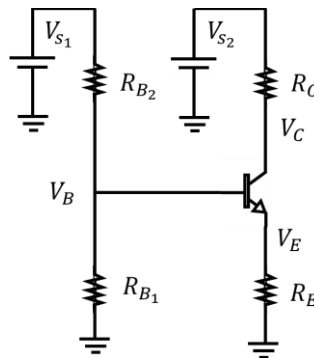


Figura 2: Polarización del BJT empleando un divisor de tensión

$$\frac{V_B}{R_{B1}}(V_B - V_E) + \frac{1}{R_{B2}}(V_B - V_{S1})(V_B - V_E) + I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) (V_B - V_E) = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_C}(V_C - V_{S2})(V_C - V_E) \left(1 - \gamma \cdot g_c \cdot \sqrt{|V_C - V_E|} \right) + \beta \cdot I_{SS} \\ \cdot \left(e^{\frac{V_S - V_E}{V_T}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{(V_C - V_E)}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right) (V_C - V_E) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left[\frac{V_E}{R_E} - I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) \right] \left(1 - \gamma \cdot g_C \sqrt{|V_C - V_E|} \right) - \beta \cdot I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{(V_C - V_E)}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right) = 0 \quad (6)$$

Si todos los parámetros son conocidos, las únicas incógnitas son los valores de tensión en los nodos, sin embargo, el proceso de polarización de diseño implica establecer valores respecto a un parámetro para garantizar una condición de operación. Por lo normal, el parámetro de diseño es R_C , tal que todos los demás valores resistivo se ajusten respecto a su valor para satisfacer una tensión de polarización V_{ce} . Lo dicho, lleva a replantear las ecuaciones, presentadas en el análisis nodal, para satisfacer las condiciones de diseño.

Al plantear todas las resistencias referidas respecto a R_C , se tienen los valores resistivos de la topología circuital de polarización del BJT empleando el divisor de tensión, como se muestra en la ecuación (7).

$$\begin{aligned} R_E &= \rho R_C & (7) \\ R_B &= \mu(\beta + 1)R_E \\ R_{B_1} + R_{B_2} &= R_B \\ R_{B_1} &= \delta R_B \\ R_{B_2} &= (1 - \delta)R_B \end{aligned}$$

Las condiciones planteadas para la polarización, tomando como referencia el valor de R_C y V_{ce} , y refiriendo a V_C respecto a V_E , se plantean las tres ecuaciones necesarias para satisfacer la condición de polarización, siendo las incógnitas: V_B , V_E , y el valor de δ lo que permite el ajuste de la tensión de base del BJT, como se muestran en las ecuaciones (8), (9), y (10).

$$\frac{V_B}{\delta R_B} (V_B - V_E) + \frac{1}{(1 - \delta)R_B} (V_B - V_{S_1}) (V_B - V_E) + I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) (V_B - V_E) = 0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_C} (V_{CE} + V_E - V_{S_2}) (V_{CE}) \left(1 - \gamma \cdot g_C \cdot \sqrt{|V_{CE}|} \right) + \beta \cdot I_{SS} \\ \cdot \left(e^{\frac{V_S - V_E}{V_T}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{(V_{CE})}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right) (V_{CE}) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\left[\frac{V_E}{R_E} - I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) \right] \left(1 - \gamma \cdot g_C \cdot \sqrt{|V_{CE}|} \right) - \beta \cdot I_{SS} \left(e^{\frac{V_B - V_E}{V_T}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{V_{CE}}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right) = 0 \quad (10)$$

En el mismo orden de ideas, pero considerando las ecuaciones lineales, con operación en zona activa ideal para el BJT, se tiene que el valor de δ puede ser obtenido haciendo uso de la ecuación (11), donde el valor de V_D puede considerarse 0.7 (como un valor aproximado) o se puede obtener del sistema anterior como $V_B - V_E$. Es importante destacar, que la obtención del valor de δ , es recomendable hacerlo con el método de bisección (Nakamura, 1992), considerando que el intervalo de existencia de la raíz es conocido y se encuentra entre 0 y 1.

$$\beta \left(\delta \cdot V_{S_1} - (V_D - V_T) \right) \left(\frac{1}{\rho} + \frac{(\beta + 1)}{\beta} \right) = (\delta(1 - \delta)\beta + 1)(\beta + 1) \left(V_{S_2} - (V_T + V_{CE}) \right) \quad (11)$$

Sin embargo, determinar δ , como parámetro de ajuste de la tensión de base, bajo la consideración no lineal se encuentra en dependencia de los valores de R_C y V_{CE} , por lo tanto, es necesario conocer el valor óhmico de la carga, y la ganancia A_V del amplificador a diseñar. La complejidad del cálculo de δ y de θ , como parte de un sistema no lineal, es digno de ser tratado en otro artículo. Simplificando el cálculo se considera posible determinar el valor de δ con la ecuación (11) y considerando la equivalencia de parámetros mostrados en las ecuaciones (12) y (13), se procede a aplicar la ecuación (14).

Con la ecuación (12) se muestra la relación de la carga como referencia para parametrizar todos los demás valores de diseño del amplificador implementado con el BJT empleando el divisor de tensión.

$$\begin{aligned} R_C &= \theta R_L \\ R_{E_1} + R_{E_2} &= R_E \\ R_{E_2} &= \eta R_E \\ R_{E_1} &= (1 - \eta) R_E \end{aligned} \quad (12)$$

La ecuación (13) deja claro la relación entre cada parámetro resistivo de la topología circuital respecto a la resistencia de carga R_L , siendo en definitiva la topología del amplificador la mostrada en la Figura 3.

$$\begin{aligned}
 R_C &= \theta R_L & (13) \\
 R_E &= \rho \theta R_L \\
 R_{E_2} &= \eta \rho \theta R_L \\
 R_{E_1} &= (1 - \eta) \rho \theta R_L \\
 R_B &= \mu(\beta + 1) \rho \theta R_L \\
 R_{B_1} &= \delta \mu(\beta + 1) \rho \theta R_L \\
 R_{B_2} &= (1 - \delta) \mu(\beta + 1) \rho \theta R_L
 \end{aligned}$$

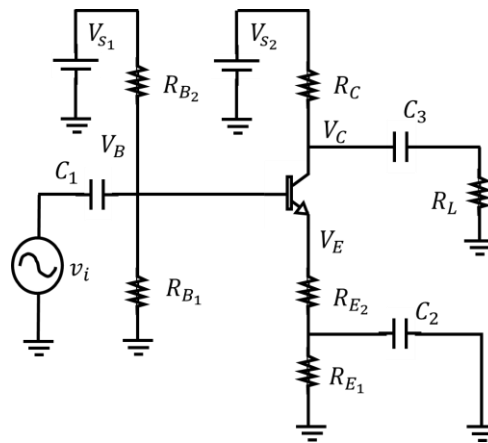


Figura 3: Topología del amplificador clase A implementado con BJT empleando un divisor de tensión para la polarización DC.

La ecuación (11) permitió encontrar el valor de δ , tal que se satisfaga el valor de V_{CE} en el punto quiescent. Con la ecuación (14) se determina la relación entre R_C y R_L , tal que se cumpla la ganancia de tensión A_V , permitiendo encontrar el valor de θ , y en consecuencia tener todos los valores de la topología del amplificador.

$$\theta = \frac{\left\{ A_V \cdot \rho \cdot (\beta + 1) \cdot (V_T \cdot (\eta - 1) \cdot (\delta^2 \cdot \mu - \delta \cdot \mu - 1) - \eta \cdot (V_d - V_{S1} \cdot \delta)) \right.}{\left. + \beta \cdot (V_T \cdot (\delta^2 \cdot \mu - \delta \cdot \mu - 1) - V_d + V_{S1} \cdot \delta) \right\}}{A_V \cdot \rho \cdot (\beta + 1) \cdot (\eta \cdot (V_d - V_{S1} \cdot \delta) - V_T \cdot (\eta - 1) \cdot (\delta^2 \cdot \mu - \delta \cdot \mu - 1))} \quad (14)$$

La ecuación (11) maneja un estimado de V_D , por lo que una vez determinando θ se puede resolver el sistema dado por las ecuaciones (8), (9), y (10), permitiendo determinar valores más precisos para V_B y V_E permitiendo tener un mejor valor par V_D y así lograr determinar un mejor valor para el parámetro δ .

En la medida que se obtienen los parámetros, el modelo se precisa con aún mejor resolución, por ejemplo, la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** permite estimar el valor de la corriente de base, por lo que en zona activa todas las corrientes del transistor se encontrarían determinadas.

$$I_B(V_{BE}) = \frac{\delta \cdot V_{S_1} - (V_{BE} + V_T)}{(\delta(1 - \delta)\mu + 1)\rho(\beta + 1)R_C} \quad (15)$$

En un diseño de amplificadores con BJT, el parámetro r_e , es de suma importancia, y resulta claro de la ecuación (16) que conocido el parámetro δ y el valor óhmico de R_C , el valor de r_e queda determinado.

$$r_e = \frac{V_T(\delta(1 - \delta)\mu + 1)\rho}{\left(\delta \cdot V_{S_1} - (V_{BE} + V_T)\right)} R_C \quad (16)$$

El inverso de la derivada parcial respecto a V_{ce} de la ecuación (2), es decir, de la corriente de colector, permite obtener la resistencia en el punto de operación, o resistencia en AC, para un valor específico de $I_B(V_{BE})$ y V_{ce} , como se observa en la ecuación (18).

$$r_c = \frac{2 \cdot \sqrt{V_{ce}} \cdot V_{sat} \cdot \lambda \cdot e^{V_{ce}/(V_{sat} \cdot \lambda)} \cdot (1 - 2 \cdot g_c \cdot \gamma \cdot \sqrt{|V_{ce}|} + g_c^2 \cdot \gamma^2 \cdot |V_{ce}|)}{\beta \cdot (V_{sat} \cdot g_c \cdot \gamma \cdot \lambda \cdot e^{V_{ce}/(V_{sat} \cdot \lambda)} - 2 \cdot V_{ce} \cdot g_c \cdot \gamma + 2 \cdot \sqrt{V_{ce}} - V_{sat} \cdot g_c \cdot \gamma \cdot \lambda)} \cdot I_B(V_i) \quad (17)$$

La valoración del circuito amplificador es posible si se conoce su comportamiento no lineal, para ello es necesario determinar los valores de V_0 y V_E , para cada valor instantáneo de V_i , y conocidos V_{c_1} , V_{c_2} y V_{c_3} . Con este propósito se emplea el sistema de ecuaciones no lineales que se muestra en la ecuación (18).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left((V_{C_3} + V_0) - V_{S_2} \right) \frac{1}{R_C} + \frac{V_0}{R_L} + \frac{\beta \cdot I_{SS} \cdot \left(e^{(V_{C_1} + V_i - V_E)/V_T} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{(V_{C_3} + V_0 - V_E)}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right)}{\left(1 - \gamma \cdot g_c \cdot (V_{C_3} + V_0 - V_E) \right)} = \\ (V_E - V_{C_2}) \frac{1}{R_{E_2}} - \frac{\beta \cdot I_{SS} \cdot \left(e^{\frac{(V_{C_1} + V_i - V_E)}{V_T}} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{(V_{C_3} + V_0 - V_E)}{\lambda \cdot V_{sat}}} \right)}{\left(1 - \gamma \cdot g_c \cdot (V_{C_3} + V_0 - V_E) \right)} - I_{SS} \left(e^{(V_{C_1} + V_i - V_E)/V_T} - \right. \end{array} \right. \quad (18)$$

El comportamiento de la resistencia DC del diodo de base es determinante para conocer el valor de la corriente del capacitor de acople C_1 , su valor se determina haciendo uso de la ecuación (19).

$$R'_B = \frac{V_{BE}}{I_{SS} \left(e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} - 1 \right)} \quad (19)$$

Las ecuaciones (20), (21) y (22) permiten calcular la corriente de los condensadores para cada instante de tiempo, una vez que se hayan determinado los valores de V_0 y V_E con ayuda del sistema no lineal dado por la ecuación (18).

$$I_{C_1} = \frac{V_{S_1} - (V_i + V_{C_1})}{(1 - \delta)\mu(\beta + 1)\rho\theta R_L} - \frac{V_i + V_{C_1} - V_E}{R'_B} - \frac{V_i + V_{C_1}}{\delta\mu(\beta + 1)\rho\theta R_L} \quad (20)$$

$$I_{C_2} = \frac{V_E - V_{C_2}}{\eta\rho\theta R_L} - \frac{V_{C_2}}{(1 - \eta)\rho\theta R_L} \quad (21)$$

$$I_{C_3} = \frac{V_0}{R_L} \quad (22)$$

La ecuación (23) permite estimar el valor futuro para cada capacitor. Este valor es una forma optimizada con base en la segunda derivada del método aproximado por truncamiento de Taylor (Chapra & Canales, 2007), aplicado a la dinámica de sistemas.

$$V_{C_i(k+1)} = \frac{2 \cdot I_{C_i(k)} \cdot T_s}{C_i} + V_{C_i(k-1)} \quad (23)$$

Finalmente, para poder valorar el comportamiento del amplificador BJT polarizado empleando el divisor de tensión, es necesario efectuar una simulación con un tiempo de muestreo lo suficientemente pequeño y un tiempo final lo bastante grande para lograr que la dinámica alcance el régimen permanente ante la excitación sinusoidal. Logrado el comportamiento en régimen permanente, se procede a analizar la señal de salida de tensión V_o con ayuda del sistema no lineal que se muestra en la ecuación (24). Considerando que la tensión de entrada V_i es la referencia, la fase ϕ que se obtiene con el sistema no lineal, presentado en la ecuación (24), es el desfase respecto a la señal de entrada V_i , siendo el valor de A la amplitud estadística de la señal de salida, la cual dividida entre la amplitud de V_i , permite determinar la ganancia de tensión del amplificador.

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{A \cdot \sin((2N - 1) \cdot T_s \cdot \omega + 2 \cdot \phi)}{4 \cdot \sin(T_s \cdot \omega)} - \frac{A \cdot \sin(T_s \cdot \omega - 2 \cdot \phi)}{4 \cdot \sin(T_s \cdot \omega)} - \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^N V_{O_i} \cdot \sin((i - 1) \cdot T_s \cdot \omega)}{2 \cdot 4} \\ & - \frac{A^2 \cdot \cos((2 \cdot N - 1) \cdot T_s \cdot \omega + 2 \cdot \phi)}{4 \cdot \sin(T_s \cdot \omega)} + \frac{A^2 \cdot \cos(T_s \cdot \omega - 2 \cdot \phi)}{4 \cdot \sin(T_s \cdot \omega)} - A \cdot \sum_{i=1}^N V_{O_i} \cdot \cos(i \cdot T_s \cdot \omega) \end{aligned} \right.$$

Cuando se tiene la posibilidad de determinar un modelo no lineal para un componente, como en este caso, que se obtuvo un modelo descriptivo para el BJT, se puede determinar sus valores resistivos en variables de desviación, lo que permite obtener un modelo lineal en AC del circuito o topología donde esté presente el componente. En efecto, la Figura 4 es la representación del modelo en AC en pequeña señal del amplificador del BJT polarizado empleando un divisor de tensión.

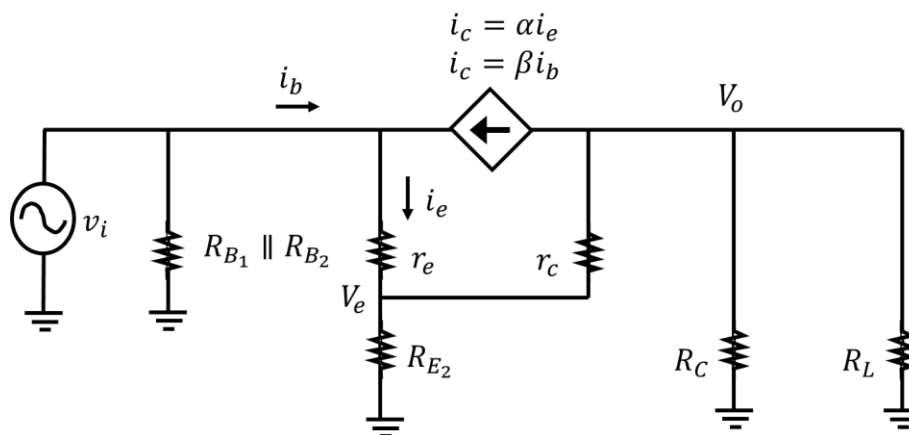


Figura 4: Modelo AC en pequeña señal del amplificador BJT polarizado empleando un divisor de tensión.

El modelo en variable de desviación, del amplificador BJT polarizado empleando un divisor de tensión, permite determinar su ganancia en AC, como se muestra en la ecuación (25).

$$\frac{V_0}{V_i} = \frac{R_L \cdot R_C \cdot \left(R_{E_2} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta+1} - 1 \right) + r_c \cdot \frac{\beta}{\beta+1} \right)}{R_L \cdot \left(R_C \cdot \left(R_{E_2} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta+1} - 1 \right) - r_e \right) - R_{E_2} \cdot (r_c + r_e) - r_c \cdot r_e \right) - R_C \cdot (R_{E_2} \cdot (r_c + r_e) + \dots)} \quad (25)$$

La simplificación para la determinación de la ganancia de tensión A_v , para cuando r_c tiende a infinito, permite obtener la ecuación (33).

$$0 > A_v = \frac{V_0}{V_i} \cong - \frac{R_L \cdot R_C}{(R_L + R_C) \cdot (R_{E_2} + r_e)} \cdot \frac{\beta}{\beta + 1} \quad (26)$$

Planteando la ecuación (33) teniendo presente las relaciones que se muestran en la ecuación (13) y teniendo presente que V_{CE} es función de δ , se tiene como resultado la ecuación (34) la cual determina el valor de la amplificación de la señal. La ecuación (34) permite llegar a la ecuación (14) mediante despeje, para conocer así el valor de θ , conocido el valor de δ .

$$0 > A_v = \frac{V_0}{V_i} \cong - \frac{\beta \cdot (VT + Vd - Vs1 \cdot \delta)}{\rho \cdot (\beta + 1) \cdot (\theta + 1) \cdot (VT \cdot (\delta^2 \cdot \mu - \delta \cdot \mu + \eta - 1) + \eta \cdot (Vd - Vs1 \cdot \delta))} \quad (27)$$

Por razones de simplicidad y para iniciar la determinación de δ , empleando las ecuaciones (8), (9), y (10), se considera que VT tiende a cero en la ecuación (27), obteniéndose en consecuencia la ecuación (28).

$$0 > A_v = \frac{V_0}{V_i} \cong - \frac{\beta}{\eta \cdot \rho \cdot (\beta + 1) \cdot (\theta + 1)} \quad (28)$$

La ecuación (28) permite determinar un valor aproximado para θ , como se muestra en la ecuación (29), por lo que se cuenta con un valor razonable para iniciar a R_C .

$$\theta = \frac{\beta}{|A_v| \cdot \eta \cdot \rho \cdot (\beta + 1)} - 1 \quad (29)$$

Las ecuaciones (30) y (31) se corresponden con las rectas de carga en dc y ac, respectivamente. El conocimiento de las rectas de carga, permiten determinar o estimar el rango de excursión de la señal amplificada.

$$I_c = \frac{-(V_{ce} - V_{s2})}{R_c + R_e \frac{(\beta+1)}{\beta}} \quad (30)$$

$$I_c = \frac{-(V_{ce} - V_{ceq})}{r_c \parallel (R_c \parallel R_L + r_e(\beta + 1) \parallel R_{e2})} + I_q \quad (31)$$

Resultados

El primer parámetro encontrado es el valor de I_{SS} , con ayuda de las ecuaciones (1) y (3), y los parámetros presentados en la ecuación (32).

$$T = 26 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (32)$$

$$V_T = 25.788793 \text{ mV}$$

$$I_{D0} = 10 \text{ mA}$$

$$V_{D0} = 0.65 \text{ V}$$

$$I_{SS} = 1.13166414084913e - 13 \text{ A}$$

Las ecuaciones (32) y (33) permiten parametrizar a la ecuación (2), con lo que se determina el comportamiento de la corriente de colector, bajo la consideración no lineal.

$$\beta = 200 \quad (33)$$

$$g_c = 0.0002 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$\lambda = 0.2$$

$$V_{sat} = 0.2 \text{ V}$$

$$\gamma = 62.65625$$

Los parámetros de diseño del amplificador son presentados en la ecuación (34)

$$\begin{aligned}
 V_{s_1} &= 12 \text{ V} \\
 V_{s_2} &= 12 \text{ V} \\
 V_{ce} &= 4 \text{ V} \\
 \rho &= \frac{1}{3} \\
 \eta &= \frac{2}{100} \\
 \mu &= \frac{1}{3} \\
 R_L &= 1000 \Omega \\
 A_V &= \frac{-1}{5} \beta = -40
 \end{aligned} \tag{34}$$

La ecuación (11) permitió encontrar el valor de δ , y con la ecuación (14) se determinó la relación entre R_C y R_L , tal que se cumpla la ganancia de tensión A_V , permitiendo encontrar el valor de θ , dichos valores se presentan en la ecuación (35).

$$\begin{aligned}
 \delta &= 0.215096 \\
 \theta &= 1.2464
 \end{aligned} \tag{35}$$

Haciendo uso de la ecuación (15) se determinó la corriente de base de polarización del BJT, y empleando la ecuación (16) se determinó el valor de r_e , estos resultados se presentan en la ecuación (36).

$$\begin{aligned}
 I_b &= 2.33755866052779e - 05 \text{ A} \\
 r_e &= 5.488737 \Omega
 \end{aligned} \tag{36}$$

Conocido el valor de θ , presentado en la ecuación (35), y teniendo presente la relación entre cada parámetro resistivo de la topología circuital, respecto a la resistencia de carga R_L , como se muestra en la ecuación (13), se obtienen los valores resistivos mostrados en la ecuación (37).

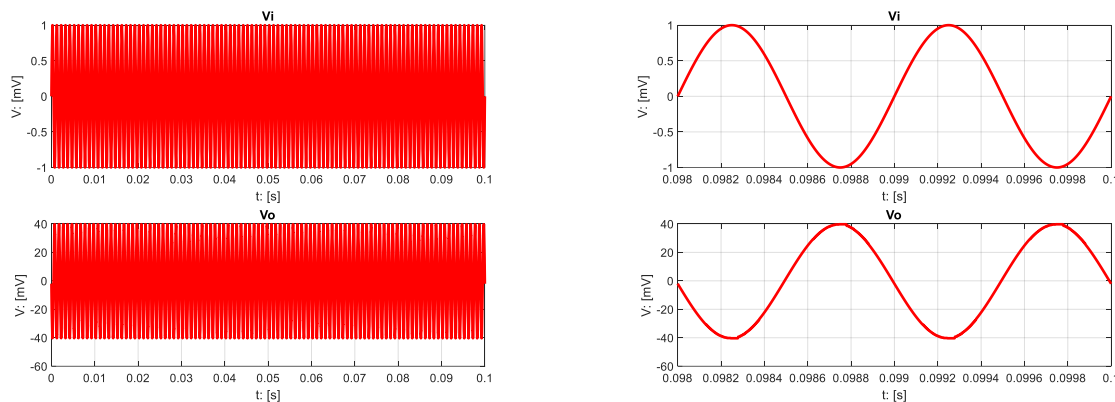
$$\begin{aligned}
 R_C &= 1246.478208 \Omega \\
 R_E &= 415.492736 \Omega \\
 R_{E_2} &= 8.309854 \Omega \\
 R_{E_1} &= 407.182881 \Omega
 \end{aligned} \tag{37}$$

$$R_B = 28205.758710 \Omega$$

$$R_{B_1} = 6066.959642 \Omega$$

$$R_{B_2} = 22138.799067 \Omega$$

Conocidas las tensiones o estados de los capacitores, se determinan los valores instantáneos para tensiones de excitación V_i , de V_0 y V_E empleando la ecuación (18), mientras que las corrientes de los capacitores se determinaron con las ecuaciones (20), (21) y (22). El proceso de simulación es posible al estimar los valores futuros de las tensiones de los estados capacitivos, lo cual se efectuó con la ecuación (23). La Figura 5 muestra la dinámica del comportamiento entrada salida, es decir V_i y V_0 , para cuando la señal de excitación sinusoidal presenta una amplitud de 1mV y una frecuencia de 1 kHz.



a)

b)

Figura 5: Simulación dinámica del comportamiento del amplificador clase A implementado con BJT, polarizado con un divisor de tensión. a) Comportamiento durante 100 períodos de la señal de excitación, b) Acercamiento en los dos últimos períodos de la simulación.

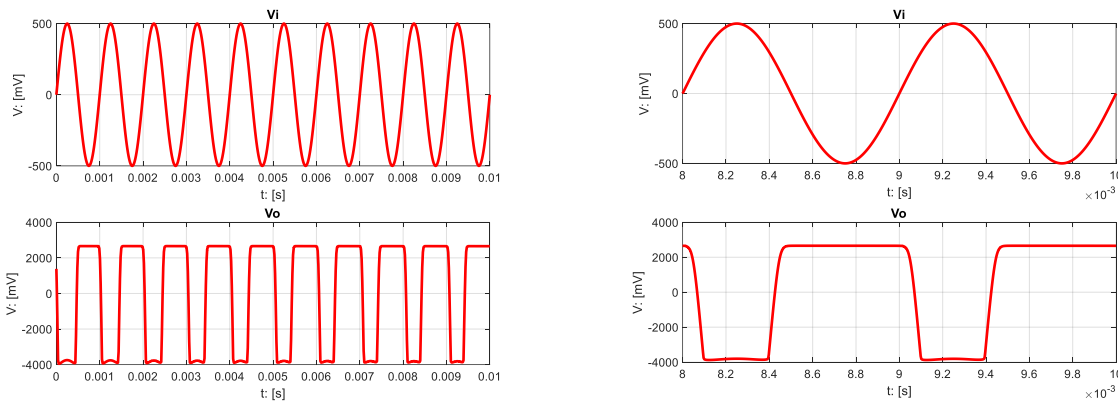
Analizando la señal de salida de tensión V_0 , haciendo uso de la ecuación (24) y considerando que la tensión de entrada V_i es la referencia, la fase ϕ que se obtiene con el sistema no lineal, presentado en la ecuación (24), es el desfase respecto a la señal de entrada V_i , siendo el valor de A la amplitud estadística de la señal de salida, la cual dividida entre la amplitud de V_i , permitió determinar la ganancia de tensión del amplificador. La ecuación (38) muestra el valor estadístico obtenido para la ganancia y la ecuación (39) el desfase de la señal de salida respecto a la entrada, con su valor en radián, así como también, en grados sexagesimales.

$$A_V = \frac{0.0400838168920958V}{\frac{1}{1000}V} = 40.0838168920958 \quad (38)$$

$$\varphi_{rad} = 3.14573311575289 \quad (39)$$

$$\varphi_{grad} = 180.237231007179$$

El caso anterior, fue el estudio en una condición donde se tiene certeza de que el amplificador opera en zona activa, pero la condición extrema, en el cual el amplificador sale de la zona activa, transitando las zonas de corte y saturación, también han sido simuladas con ayuda de las ecuaciones (18), (20), (21) y (22), y finalmente la ecuación (23), las primeras resuelven el tema de la no linealidad y derivada de los estados, y la última la predicción del estado futuro de las tensiones de los capacitores. La Figura 6 muestra la dinámica del comportamiento entrada salida, es decir V_i y V_o , para cuando la señal de excitación sinusoidal presenta una amplitud de 500 mV y una frecuencia de 1 kHz.



a)

b)

Figura 6: Simulación dinámica del comportamiento del amplificador clase A implementado con BJT, polarizado con un divisor de tensión, bajo condición de operación fuera de zona activa. a) Comportamiento durante 10 períodos de la señal de excitación, b) Acercamiento en los dos últimos períodos de la simulación.

La Figura 7 muestra el comportamiento de la tensión colector emisor, bajo condición de operación en las zonas de saturación, activa y corte del transistor. Esto permite determinar el rango de excursión posible de la salida

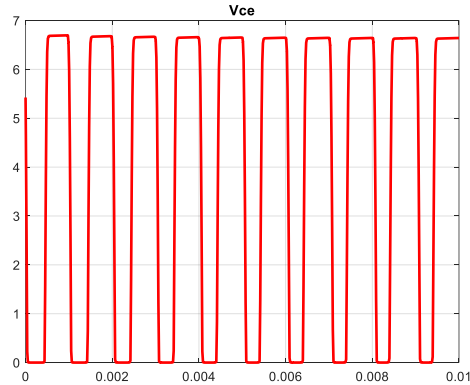


Figura 7: Tensión colector emisor en condición de saturación.

De la señal mostrada en la Figura 7, se determinan los valores máximos y mínimo para la tensión de colector emisor, dichos valores se muestran en la ecuación (40). Considerando, que la polarización se efectuó con base en a ecuación (11), tal que el valor de δ encontrado satisfaga el valor de V_{CE} en el punto quiescent, siendo para este caso de 4 voltios, en consecuencia, se tiene que la excursión o tensión positiva de la amplitud máxima y mínima de salida quedan determinadas por la ecuación (41), valores que se obtienen a partir de la ecuación (31) de la recta de carga en ac.

$$V_{ce_{max}} = 6.6959 \text{ V} \quad (40)$$

$$V_{ce_{min}} = 9.6965e - 05 \text{ V}$$

$$V_{amplitud_{positiva}} = V_{ce_{max}} - V_{CEQ} = 2.6959 \text{ V} \quad (41)$$

$$V_{amplitud_{negativa}} = V_{CEQ} - V_{ce_{min}} = 3.9999 \text{ V}$$

Discusión

La modelación no lineal del BJT y el estudio dinámico considerando los elementos capacitivos para el acople, tanto de la fuente como de la carga, así como el capacitor que afecta la resistencia de emisor, permitió tener resultados imparciales sobre la amplificación, su valoración y el efecto ante una condición de saturación. Estos resultados se corresponden con los presentados por la literatura, no obstante, lo que se pierde en simplicidad se gana en exactitud, con el método propuesto. Durante el desarrollo de la metodología se presentan resultados aplicables para un tratamiento de este caso para cuando se diseña un amplificador clase A con BJT empleando un

divisor de tensión como configuración de polarización, y dado que existe una relación entre el comportamiento dc y ac, se plantea metodológicamente especificar y diseñar satisfaciendo la condición quiescent en continua, para luego satisfacer las condiciones de amplificación en alterna. El estudio, aunque interesante, presenta una complejidad tanto para su modelación como para la implementación programando los métodos numéricos que aunado con el costo computacional lo plantea en clara desventaja ante un modelo simplificado con relativamente buena exactitud, siempre y cuando no se salga del comportamiento lineal, para este otro caso seguro aplicarían nuevas condiciones, ambas resolubles a un menor costo. El desarrollo de este tipo de modelo abre las puertas al estudio de modelos más complejos, dinámicamente hablando, que permitan valorar fenómenos en alta frecuencia, en la búsqueda de particularidades, que modelos simplificados pudieran omitir, o simplemente determinar cuáles métodos numéricos hacen más eficiente la simulación de estos modelos.

Conclusiones

El estudio permitió establecer un procedimiento para el desarrollo de un amplificador clase A empleando un BJT polarizado con un divisor de tensión, este procedimiento es aplicable tanto para el estudio no lineal como para el caso de un estudio lineal, siendo necesario determinar el punto quiescent encontrando el valor de δ haciendo uso de la ecuación (11), para posteriormente terminar de configurar el amplificador encontrando el valor θ con la ecuación (14), determinando la relación entre R_C y R_L . Parámetros adicionales para estudios en modelos lineales han sido presentado, tales como la corriente de base, obtenida con la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** y el valor de la resistencia en alterna del diodo base emisor o parámetro r_e el cual se determina con la ecuación (16). El estudio presentado con esta metodología puede dar respuesta al comportamiento no lineal dando detalles de este de manera numérica y gráfica.

Referencias

1. Boylestad, R. L. (2009). *Electrónica: Teoría de circuitos y Dispositivos Electrónicos*. PEARSON.
2. Chapra, S. C., & Canales, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros* (5a. ed.). mc.
3. Forrester, J. W. (1997). Industrial dynamics. *Journal of the Operational Research Society*, 48(10), 1037–1041.

4. Forrester, J. W. (2007). System dynamics—a personal view of the first fifty years. *System Dynamics Review: The Journal of the System Dynamics Society*, 23(2–3), 345–358.
5. Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A., & Powell, J. D. (2002). *Feedback control of dynamic systems* (Vol. 4). Prentice hall Upper Saddle River.
6. Hewlett, J. D., & Wilamowski, B. M. (2011). SPICE as a fast and stable tool for simulating a wide range of dynamic systems. *International Journal of Engineering Education*, 27(2), 217.
7. Malvino, A. P. (2010). *Principios de electrónica* (7a ed). McGraw-Hill.
8. Mandache, L., Topan, D., & Sirbu, I.-G. (2011). Universal approach of the modified nodal analysis for nonlinear lumped circuits in transient behavior. *Electrical Engineering and Applied Computing*, 83–93.
9. Nakamura, S. (1992). *Métodos numéricos aplicados con software*. Prentice-Hall hispanoamericana.
10. Pederson, D. (1984). A historical review of circuit simulation. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 31(1), 103–111.
11. Riordan, M., & Hoddeson, L. (2007). Crystal fire: the invention, development and impact of the transistor. *IEEE Solid-State Circuits Society Newsletter*, 12(2), 24–29.

© 2024 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).