



Análisis estructural de un pórtico aplicando el método de rigidez

Structural analysis of a frame applying the rigidity method

Análise estrutural de um pórtico aplicando o método da rigidez

Marcos Josué Rupay Vargas ^I

mrupay@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>

Yesenia Ayeli Baltazar Ariza ^{II}

73682950@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0009-0005-7046-1448>

Abel Luis Malpartida Quispe ^{III}

75093622@uniscjsa.edu.pe

<https://orcid.org/0009-0007-8204-9885>

Correspondencia: mrupay@uniscjsa.edu.pe

Ciencias Técnica y Aplicadas

Artículo de Investigación

* **Recibido:** 23 de octubre de 2023 ***Aceptado:** 22 de noviembre de 2023 * **Publicado:** 27 de diciembre de 2023

- I. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Chanchamayo, Perú.
- II. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Chanchamayo, Perú.
- III. Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Chanchamayo, Perú.

Resumen

Con esta investigación se ha desarrollado el análisis y la resolución a través del método de la rigidez sistematizado de una estructura con sección constante. Para su ejecución hemos empleado el método de la rigidez sistematizado y los procedimientos propios vistos en el curso de Análisis Estructural II en la UNISCJSA, siendo propios del sistema lo siguiente: Determinación del Sistema Q-D [Q], Determinación del sistema q-d (Local) Determinación de los coeficientes de Rigidez [K], Ensamblaje de la Matriz de Rigidez, Vector de Deformación [D] y fuerza de cada q-d, Respecto a la estructura desarrollada, tiene como características lo siguiente; es un pórtico con sección variable ABCDE. En la barra AB presenta una carga distribuida de 3 ton/m, Se considera el $EA = \infty$ en toda la estructura. Entonces se ha empleado un Sistema Q – D con cuatro grados de libertad posteriormente se ha calculado los valores correspondientes para cada elemento con la ayuda de la tabla de coeficientes de rigidez con sección constante y/o variable, asimismo se realizó el sistema complementario que consta en liberar a cada grado de libertad local para finalmente determinar la matriz de rigidez global y seguir con el proceso de encontrar la deformación y por último el valor de cada grado de libertad.

Palabras Clave: Deformación; fuerzas internas; método de la rigidez; sección constante.

Abstract

With this research, the analysis and resolution have been developed through the systematized rigidity method of a structure with a constant section. For its execution we have used the systematized rigidity method and the procedures seen in the Structural Analysis II course at UNISCJSA, the following being typical of the system: Determination of the Q-D System [Q], Determination of the q-d system (Local) Determination of the Rigidity coefficients [K], Assembly of the Rigidity Matrix, Deformation Vector [D] and force of each q-d. Regarding the developed structure, it has the following characteristics; It is a portico with variable section ABCDE. The bar AB has a distributed load of 3 ton/m. The $EA = \infty$ is considered throughout the structure. Then a Q – D System with four degrees of freedom has been used, subsequently the corresponding values have been calculated for each element with the help of the table of stiffness coefficients with constant and/or variable section, the complementary system that consists in releasing each local degree of freedom to finally determine the global stiffness matrix and continue with the process of finding the deformation and finally the value of each degree of freedom.

Keywords: Deformation; internal forces; rigidity method; constant section.

Resumo

Com esta pesquisa, a análise e resolução foram desenvolvidas através do método sistematizado de rigidez de uma estrutura com seção constante. Para sua execução utilizamos o método de rigidez sistematizado e os procedimentos vistos no curso de Análise Estrutural II da UNISCJSA, sendo típicos do sistema: Determinação do Sistema Q-D [Q], Determinação do sistema q-d (Local) Determinação de os coeficientes de rigidez [K], montagem da matriz de rigidez, vetor de deformação [D] e força de cada qd. Quanto à estrutura desenvolvida, ela possui as seguintes características; É um pórtico de seção variável ABCDE. A barra AB tem uma carga distribuída de 3 ton/m. O $EA = \infty$ é considerado em toda a estrutura. Em seguida foi utilizado um Sistema Q – D com quatro graus de liberdade, posteriormente foram calculados os valores correspondentes para cada elemento com o auxílio da tabela de coeficientes de rigidez com seção constante e/ou variável, o sistema complementar que consiste em liberando cada grau de liberdade local para finalmente determinar a matriz de rigidez global e continuar com o processo de encontrar a deformação e finalmente o valor de cada grau de liberdade.

Palavras-chave: Deformação; forças internas; método de rigidez; seção constante.

Introducción

El presente artículo titulado "Método de la rigidez sistematizado aplicado en un pórtico simple", tiene como objetivo analizar y resolver mediante el método de la rigidez sistematizado, para el primer caso el resultado es la obtención del Vector de Deformación [D], por ello se efectuaron un Sistema Q – D [Q] y un sistema q-d (Local).

El método de rigidez sistematizado se logra dividiendo al pórtico inicial en barras individuales, considerando a los grados de libertad global aplicado en la barra, el cual se le denomina grados de libertad local directa (2018).

Es importante destacar que una estructura el rígida ante cargas axiales lo cual hace que las barras sean completamente inmunes a las deformaciones axiales. Sin embargo, en la realidad las barras de este tipo si presentan deformación axial, pero por idealización de los pórticos no se considera.

Método Sistematizado de la Rigidez

El análisis de estructuras es una disciplina fundamental en ingeniería civil y arquitectura, que permite comprender el comportamiento de diferentes tipos de estructuras ante cargas y solicitaciones diversas (2020). Durante décadas, los ingenieros han buscado métodos eficientes y precisos para llevar a cabo este análisis, con el objetivo de garantizar la seguridad y funcionalidad de las construcciones.

En este contexto, el método de rigidez sistematizado ha surgido como una herramienta prometedora en el campo del análisis estructural. Este método se basa en el principio de la rigidez (Vargas, 2022), que establece que la respuesta de una estructura está directamente relacionada con la distribución de sus rigideces y las cargas aplicadas sobre ella. La aplicación sistemática de este principio permite obtener soluciones rápidas y confiables para el análisis de estructuras de diversa complejidad.

El método de rigidez sistematizado se caracteriza por su enfoque matricial (2009), en el cual se representa la estructura mediante una matriz de rigidez global, que considera las características geométricas y mecánicas de los elementos que la componen. A partir de esta matriz, se establecen las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad, que se resuelven mediante métodos numéricos como la eliminación de Gauss o la descomposición LU, para determinar las fuerzas y desplazamientos en cada nodo de la estructura.

Una de las ventajas principales del método de rigidez sistematizado es su capacidad para analizar estructuras con elementos de distintos materiales y geometrías complejas, lo que lo convierte en una herramienta versátil y adaptable a diferentes escenarios. Además, su formulación matricial permite la automatización del análisis, lo que agiliza el proceso y reduce la posibilidad de errores humanos.

En este artículo, se presenta una revisión detallada del método de rigidez sistematizado, enfocándose en su fundamentación teórica, su aplicación práctica y los beneficios que ofrece en comparación con otros métodos de análisis estructural (Guerdouh & Khalfallah, 2019). Se explorarán ejemplos y casos de estudio que ilustran su eficacia y se discutirán las áreas de investigación futuras que podrían potenciar aún más su desarrollo y aplicación.

Método Directo de la Rigidez

El autor (Ottazzi Pasino, 2014) refiere que el método directo de la rigidez tiene como finalidad un conjunto de ecuaciones donde se aprecia las cargas nodales para el Sistema Q – D determinado, en

tal caso se pueden expresar como combinaciones lineales de los desplazamientos y en cierto modo dependen de los grados de libertad efectuados.

Además, menciona que este método está basado en la Superposición de Desplazamientos, en donde las incógnitas son los grados de libertad, además que se debe considerar el equilibrio en el nudo evaluado, cabe mencionar que la compatibilidad está garantizada con este método pues se correlacionan los desplazamientos nodales y las deformaciones del extremo de la barra que conducen al nudo.

Ahora bien, en su libro determina una serie de pasos a seguir para lograr obtener un resultado:

Primer paso: Determinar y seleccionar el Sistema Q – D, puesto a que se han presentado casos en donde hay dos sistemas Q – D, y se ha comprobado que el resultado es el mismo, así como los grados de libertad considerados indistintamente de la ubicación. Como consejo propone a que es posible utilizar la simetría de la estructura si la hubiera así se reduce el trabajo aplicativo.

Segundo paso: Realizar el cálculo de las Cargas Nodales y ensamblar el Vector [Q], esto se efectúa pues para el vector de deformación se emplea de dicho valor.

Tercer paso: Ensamblar la Matriz de Rigidez [K]. Esto viene determinado al desarrollar la liberación de los grados de libertad empleados, donde se hace la evaluación para cada nodo y si este es afectado o no a alguna deformación, la matriz de rigidez puede ser desde 1 x 1 hasta n x n.

Cuarto paso: Se efectúa el sistema de ecuación lineal, $\{Q\} = [K] \{D\}$, es usual tener el valor de K y de Q por lo tanto se libera el vector D y se tiene la siguiente resultante $\{D\} = [K^{-1}] \{Q\}$, con dicha ecuación se obtiene el Vector de Desplazamiento.

Quinto paso: Se desarrolla el cálculo de las fuerzas en el extremo de la barra.

Coefficiente de Rigidez Sección Variable

Los **coeficientes de rigidez** son magnitudes físicas que cuantifican la rigidez de un elemento resistente bajo diversas configuraciones de carga. Normalmente las rigideces se calculan como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza.

La rigidez lateral se logra mediante el diseño y la selección adecuada de los materiales, la geometría y la conexión de los elementos estructurales. El uso de elementos estructurales más gruesos, refuerzos adicionales, rigidizadores, trabes, diafragmas y sistemas de contravientos son algunas de las técnicas utilizadas para aumentar la rigidez lateral de una estructura.

Sistema Complementario

En el contexto del método de rigidez en el análisis estructural, el sistema complementario se refiere a un conjunto de elementos o componentes adicionales que se agregan a la estructura principal para tener en cuenta las restricciones y las condiciones de apoyo reales.

El método de rigidez es una técnica de análisis que se utiliza para determinar las deformaciones y las fuerzas en una estructura. Se basa en la descomposición de la estructura en elementos rígidos conectados mediante articulaciones o uniones. Cada elemento rígido se modela utilizando una matriz de rigidez que relaciona las fuerzas y los desplazamientos en ese elemento.

Material y métodos

Metodología (PROCEDIMIENTO)

En el presente artículo, se estimó un ejercicio donde se determina el Análisis Estructural para el pórtico de sección constante **ABCDE**, que presenta una carga distribuida $w = 3\text{ton/m}$, el nudo D y E tienen un apoyo empotrado.

Considerar $EA = \textit{infinito}$.

- Definir el sistema Q-D.
- Hallar la matriz de rigidez.
- Determinar el vector deformación.
- Calcular las fuerzas en el q-d definido.

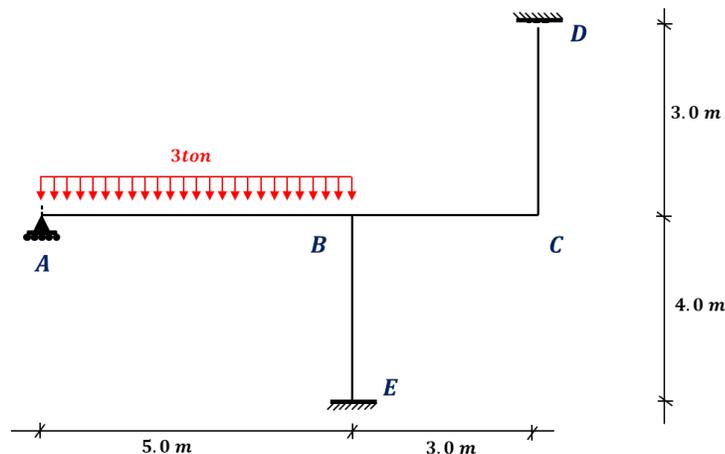


Figura 1. Estructura a analizar.

Nota. Elaboración propia

APLICANDO EL MÉTODO DIRECTO DE LA RIGIDEZ

1er. Paso: SISTEMA Q-D

Se plantea el sistema Q-D basado en los grados de libertad de rigidez: En primer lugar, se deben identificar los grados de libertad de rigidez en el sistema. Estos grados de libertad representan los desplazamientos o rotaciones que se pueden aplicar a la estructura sin generar fuerzas internas. Asignación de grados de libertad: Una vez que se han identificado los grados de libertad de rigidez, se les asignan etiquetas o números para facilitar su representación matricial. Cada grado de libertad se representa por una letra o un número que lo identifica de manera única.

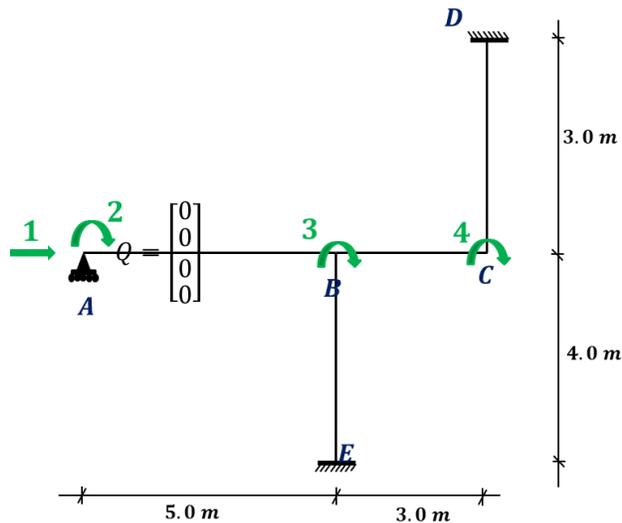


Figura 2. Sistema Q-D.

Nota. Elaboración propia

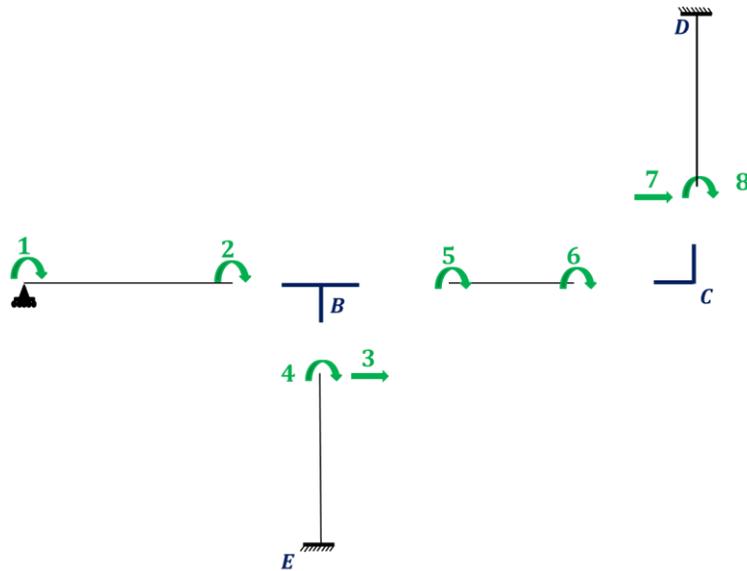


Figura 3. Sistema q-d.

Nota. Elaboración propia

	D1	D2	D3	D4	
A=	0	1	0	0	d1
	0	0	1	0	d2
	1	0	0	0	d3
	0	0	1	0	d4
	0	0	1	0	d5
	0	0	0	1	d6
	1	0	0	0	d7
	0	0	0	1	d8

2so. Paso: MATRIZ DE RIGIDEZ DE CADA BARRA

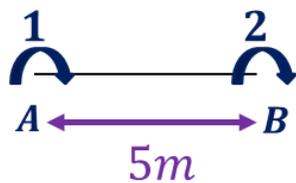


Figura 4. Matriz de rigidez de la barra AB.

Nota. Elaboración propia.

$$k_{AB} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_{AB} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

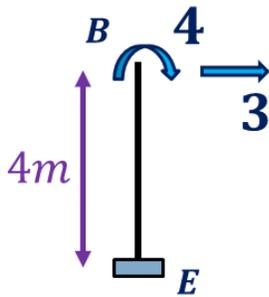


Figura 5. Matriz de rigidez de la barra EB.

Nota. Elaboración propia

$$k_{EB} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_{EB} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ \frac{16}{3} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & 1 \end{bmatrix}$$

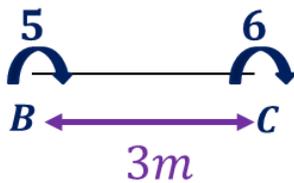


Figura 6. Matriz de rigidez de la barra BC.

Nota. Elaboración propia

$$k_{BC} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_{BC} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

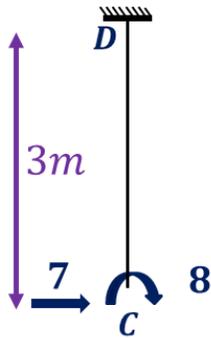


Figura 7. Matriz de rigidez de la barra DC.

Nota. Elaboración propia

$$k_{DC} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$k_{DC} = \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$$

3er. Paso: MATRIZ DEL SISTEMA

$$[K] = \sum ([A]^T \times [K] \times [A])$$

BARRA 1

$$[K] = \sum \left(\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \times \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 2/5 & 4/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} EI$$

BARRA 2

$$[K] = \sum \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 16 & -8 \\ 3 & 1 \\ -8 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 3/16 & 0 & -3/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/8 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} EI$$

BARRA 3

$$[K] = \sum \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 4/3 \end{bmatrix} EI$$

BARRA 4

$$[K] = \sum \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 9 & -3 \\ -2 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 4/9 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 4/3 \end{bmatrix} EI$$

4to. Paso: MATRIZ DE RIGIDEZ DE CADA BARRA

$$[K] = \sum ([A]^T \times [K] \times [A])$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 2/5 & 4/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} EI + \begin{bmatrix} 3/16 & 0 & -3/8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/8 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} EI + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 2/3 & 4/3 \end{bmatrix} EI$$

$$+ \begin{bmatrix} 4/9 & 0 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 0 & 4/3 \end{bmatrix} EI$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 91 & 0 & -\frac{3}{8} & \frac{2}{3} \\ 144 & 4 & \frac{2}{5} & 0 \\ 0 & \frac{4}{5} & \frac{47}{15} & \frac{2}{3} \\ -\frac{3}{8} & \frac{2}{5} & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} \end{bmatrix} EI$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 0.631944 & 0 & -0.375 & 0.666667 \\ 0 & 0.8 & 0.4 & 0 \\ -0.375 & 0.4 & 3.133333 & 0.666667 \\ 0.666667 & 0 & 0.666667 & 2.666667 \end{bmatrix} EI$$

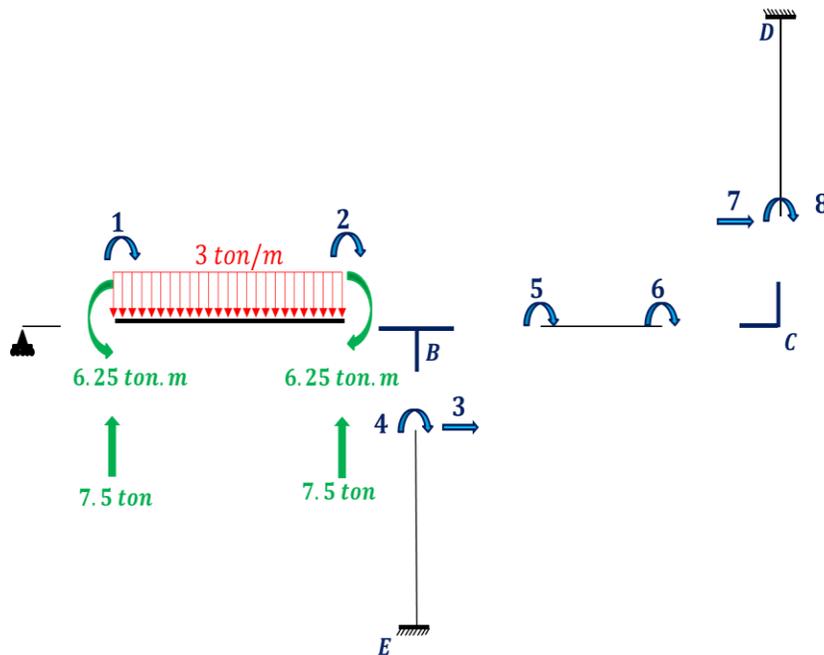


Figura 8. Matriz de rigidez de carga.

Nota. Elaboración propia

$$r_1 = \begin{bmatrix} -6.25 \\ 6.25 \end{bmatrix} \quad r_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5to. Paso: VECTOR DE CARGA

$$[R] = \sum [A]^T \times [r]$$

BARRA 1

$$[R] = \sum \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -6.25 \\ 6.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.25 \\ 6.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

BARRA 2

$$[R] = \sum \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

BARRA 3

$$[R] = \sum \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

BARRA 4

$$[R] = \sum \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -6.25 \\ 6.25 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 \\ -6.25 \\ 6.25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6to. Paso: VECTOR DE DEFORMACIÓN

El vector de deformación es una representación matemática que describe las deformaciones experimentadas por un material o una estructura cuando se somete a fuerzas o cargas externas. En términos generales, el vector de deformación es una medida de cómo los puntos individuales de un cuerpo se desplazan y deforman en relación con su estado original. (Rupay Vargas, Hinostroza Enrique, Garamende Bautista, Loayza Pérez, & Buendía Ramos, 2023)

Se calcula las deformaciones en los nodos mediante la siguiente fórmula:

$$\{Q\} = \{R\} + [K] \times \{D\}$$

Despejamos el vector $\{D\}$, y se obtiene:

$$[D] = [K]^{-1} \times [\{Q\} - \{R\}]$$

$$D = \left[\begin{bmatrix} 0.631944 & 0 & -0.375 & 0.666667 \\ 0 & 0.8 & 0.4 & 0 \\ -0.375 & 0.4 & 3.133333 & 0.666667 \\ 0.666667 & 0 & 0.666667 & 2.666667 \end{bmatrix} EI \right]^{-1} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -6.25 \\ 6.25 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$D = \begin{bmatrix} -5.109468 \\ 10.006951 \\ -4.388902 \\ 2.374592 \end{bmatrix} \frac{1}{EI}$$

7mo.Paso: FUERZAS INTERNAS

Para hallar las fuerzas que se aplican a las barras, a tensión o a compresión se emplea lo siguiente:

$$[q_i] = \{r_i\} + [k_i] \times (\{A_i\} \times \{D\})$$

BARRA 1

$$[q_1] = \begin{bmatrix} -6.25 \\ 6.25 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5.109468 \\ 10.006951 \\ -4.388902 \\ 2.374592 \end{bmatrix} \right)$$

$$[q_1] = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.741659 \end{bmatrix}$$

BARRA 2

$$[q_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3}{16} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & 1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5.109468 \\ 10.006951 \\ -4.388902 \\ 2.374592 \end{bmatrix} \right)$$

$$[q_2] = \begin{bmatrix} 0.687813 \\ -2.472851 \end{bmatrix}$$

BARRA 3

$$[q_3] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5.109468 \\ 10.006951 \\ -4.388902 \\ 2.374592 \end{bmatrix} \right)$$

$$[q_3] = \begin{bmatrix} -4.268807 \\ 0.240189 \end{bmatrix}$$

BARRA 4

$$[q_4] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5.109468 \\ 10.006951 \\ -4.388902 \\ 2.374592 \end{bmatrix} \right)$$

$$[q_4] = \begin{bmatrix} -0.687813 \\ -0.240189 \end{bmatrix}$$

8vo. Paso: COMPROBACIÓN EN EL SOFTWARE FTOOL

Se graficó la armadura propuesta en el ejercicio, en el software FTOOL y se obtuvo el siguiente diagrama. (Rupay Vargas, y otros, 2023)

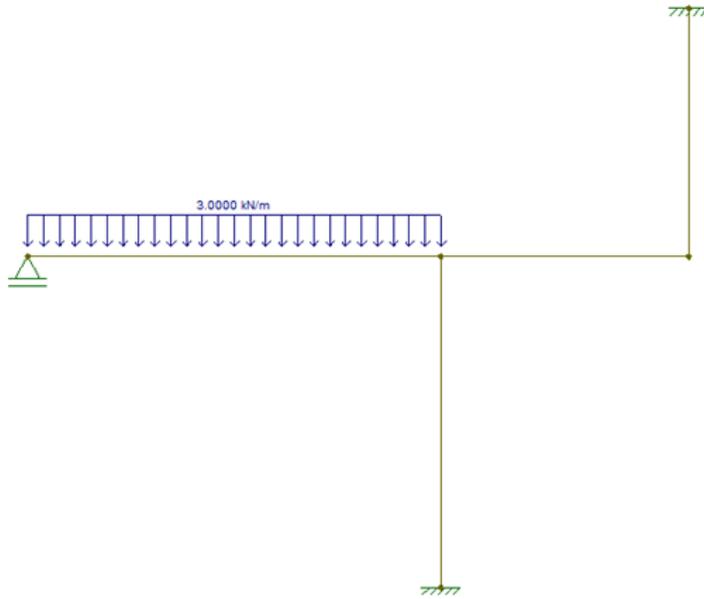


Figura 9. Estructura en FTOOL.

Nota. Elaboración propia

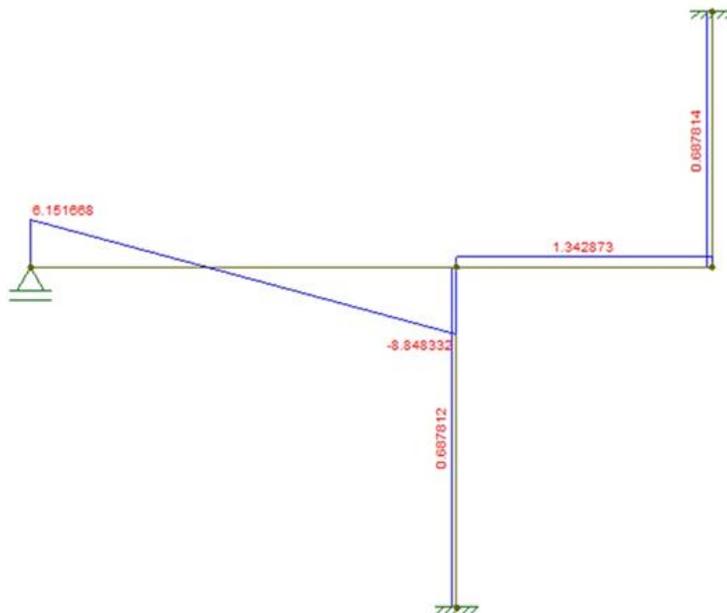


Figura 10. Diagrama de fuerza cortante.

Nota. Elaboración propia

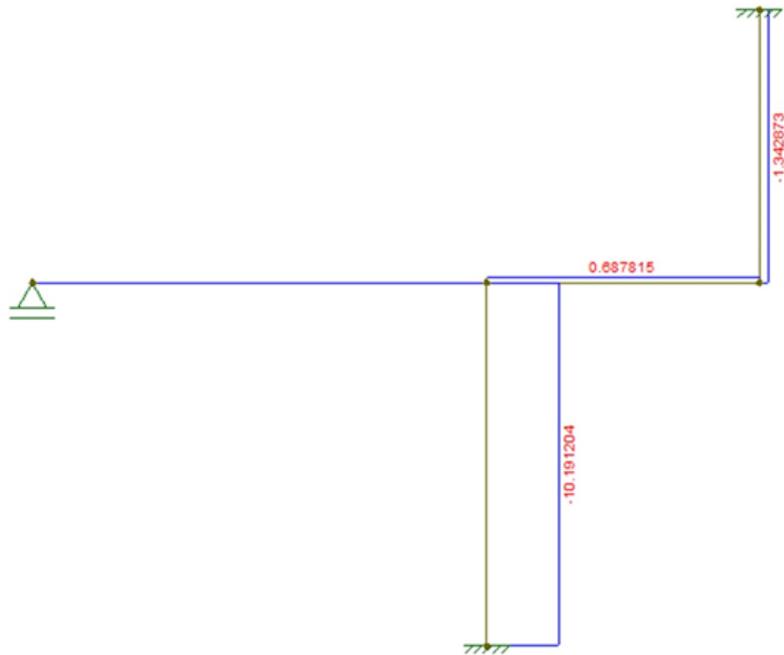


Figura 11. *Diagrama de Fuerza Normal.*

Nota. Elaboración propia

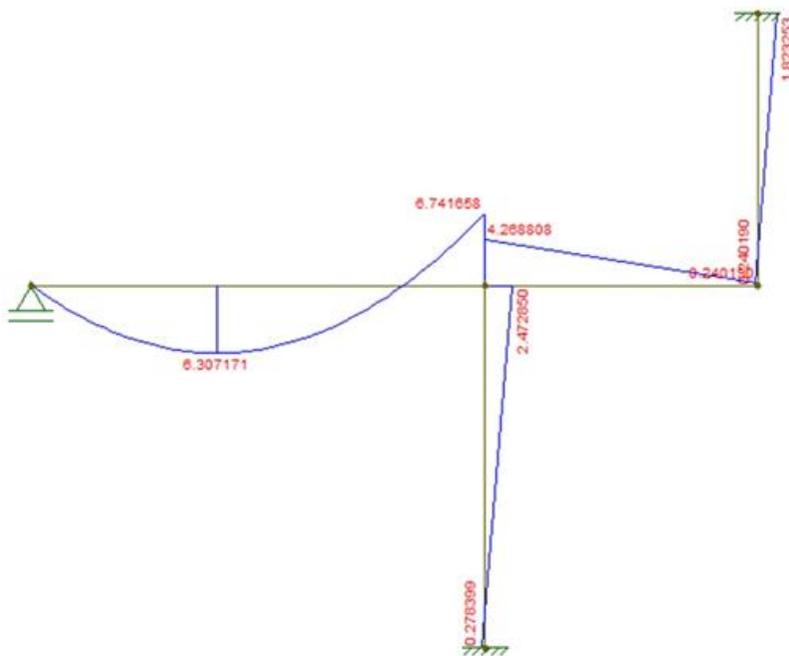


Figura 12. *Diagrama de Momento Flector.*

Nota. Elaboración propia

9vo. Paso: COMPROBACIÓN EN EL SAP2000

Se graficó la armadura propuesta en el ejercicio, en el software FTOOL y se obtuvo el siguiente diagrama. (Rupay Vargas, Tucto Santiago, Tito Crispin, Ramos Carhuancho, & Uquiche Molina, 2023)

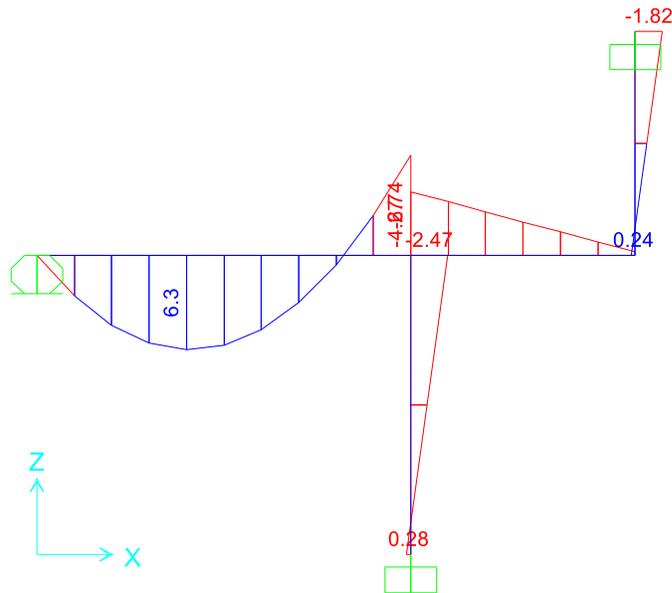


Figura 13: Diagrama de momento flector en SAP2000

Nota. Elaboración propia

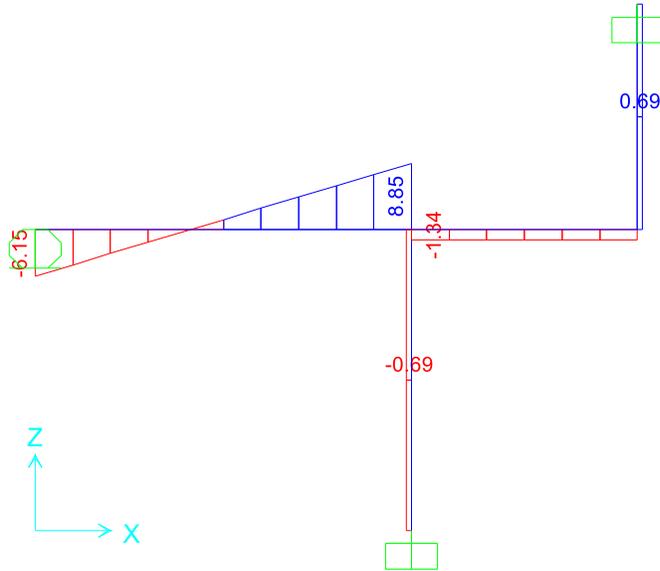


Figura 14: Diagrama de fuerza cortante en SAP 2000.

Nota. Elaboración propia

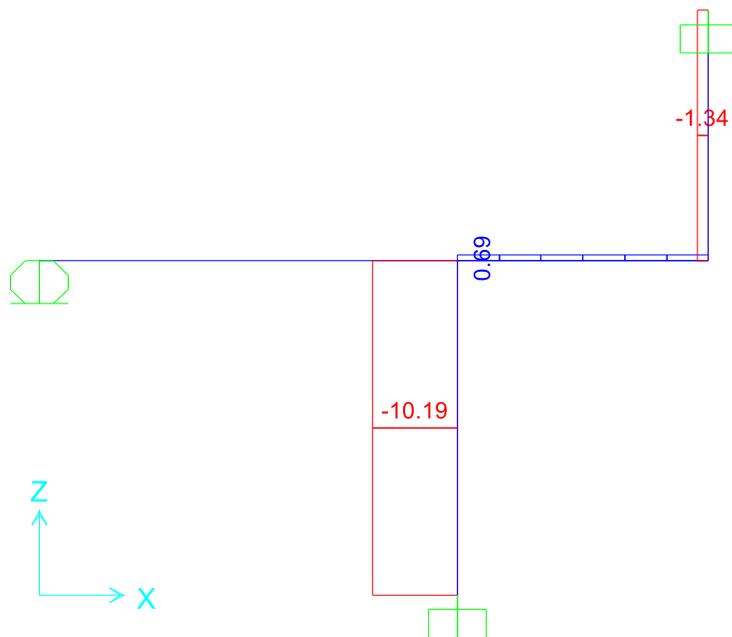


Figura 15: Diagrama de fuerza normal en SAP 2000.

Nota. Elaboración propia

Resultados

En las siguientes tablas se muestran el resumen de los resultados para desplazamientos, fuerzas internas y asentamiento, hallados manualmente y con el uso de software.

Tabla 1

Desplazamientos de los GDL (Grados de libertad) de la Armadura

Grados de libertad	Cálculo manual D (mm)	Software Ftool D (mm)	Software SAP2000 D (mm)
1	-5.109468	-5.109e-07	-5.10947
2	10.00	1.001e-06	10.00695
3	-4.388902	-4.389e-07	-4.3889
4	2.37452	2.375e-07	2.37459

**D(mm) Desplazamiento en milímetros 0-15-1520D3D4D6D7*

Fuente: Elaboración propia

Se observa en la tabla 1 que los desplazamientos obtenidos manualmente y con los softwares Ftool y SAP2000 para los grados de libertad 3, 4, 6 y 7 presentan resultados parecidos y similares

Tabla 2

Fuerzas internas en las barras del pórtico.

Fuerzas Internas						
GDL (local)	Cálculo manual		Software Ftool		Software SAP2000	
	Nudo Inicial (tn.m)	Nudo Final (tn.m)	Nudo Inicial (tn.m)	Nudo Final (tn.m)	Nudo Inicial (tn.m)	Nudo Final (tn.m)
1-2	0	6.741659	0	6.742	0	6.74166
4-3	0.687813	-2.472851	0.688	-2.473	0.6878	-2.47285
5-6	-4.268807	0.240189	-4.269	0.240	-4.26881	0.2401
7-8	-0.687813	-0.240189	-0.688	-0.240	-0.6878	-0.24019

**D(mm) Desplazamiento en milímetros 0-15-1520D3D4D6D7*

Fuente: Elaboración propia

Se observa en la tabla 2 que las fuerzas internas obtenidos manualmente y con los softwares Ftool y SAP2000 para los grados de libertad 3, 4, 6 y 7 presentan resultados parecidos y similares

Discusión

La discusión sobre el método de rigidez sistematizado implica abordar sus ventajas, limitaciones y aplicaciones, así como destacar su relevancia en el análisis estructural (2014). Aquí hay algunos puntos clave para incluir en una discusión sobre este método:

(Lopez & Music, 2016), indica que, al calcular la matriz de rigidez para cualquier elemento, es esencial que esté completamente alineada con sus coordenadas globales. Esto implica considerar los desplazamientos en las coordenadas "X" y "Y" y tener en cuenta el número de grados de libertad por cada nodo, que en este caso son dos (2020), dando como resultado una matriz de rigidez cuadrada de dimensiones 4x4. Este concepto se alinea con la información encontrada en el libro revisado. En resumen, se ha generado una matriz de rigidez para cada elemento, basada en sus coordenadas globales, y todas estas matrices son cuadradas con igual número de filas y columnas. (Blanco, Cervera , & Suárez, 2015) menciona que lo que se puede justificarse mediante los grados de libertad es su capacidad para determinar los desplazamientos y rotaciones en una estructura, especialmente al iniciar desde un punto nodal, aplicándose a cualquier armadura plana en 2D. La cantidad de grados de libertad se vincula directamente con el número de nodos; para apoyos simples, se asigna un grado de libertad, mientras que para apoyos fijos no se considera ningún grado de libertad. Este enfoque se ha aplicado de manera coherente en nuestro trabajo, donde se ha tenido en cuenta el número adecuado de grados de libertad, dependiendo de si se trata de apoyos fijos o simples.

Conclusión

Al concluir un trabajo sobre el método de rigidez aplicado a una estructura con sección variable, se pueden destacar las siguientes conclusiones:

- **Precisión y eficiencia:** El método de rigidez es una técnica precisa y eficiente para analizar estructuras con elementos de sólido rígido (2002). Permite obtener resultados rápidamente y con una buena aproximación a las deformaciones y fuerzas internas reales.

- Simplificación del análisis: La consideración de los elementos como sólidos rígidos simplifica el análisis estructural, ya que se eliminan las consideraciones de deformación de los elementos. Esto facilita el modelado y la resolución del sistema de ecuaciones.
- Flexibilidad en la modelización: El método de rigidez permite modelar diferentes tipos de estructuras y aplicar diferentes tipos de condiciones de contorno, lo que brinda flexibilidad para analizar una amplia gama de situaciones estructurales (2002).
- Limitaciones: El método de rigidez asume que los elementos son sólidos rígidos y no considera efectos como la flexibilidad o la deformación localizada. Por lo tanto, puede no ser adecuado para estructuras con componentes altamente flexibles o que experimenten grandes deformaciones.
- Aplicaciones: El método de rigidez es ampliamente utilizado en ingeniería civil y estructural para analizar y diseñar estructuras simples y complejas, como puentes, edificios, sistemas mecánicos, entre otros.

Contribución de los autores

MJRV, contribución, Revisión Final del artículo.

JSLY, contribución, Revisión Final del artículo.

YABA, contribución, Análisis de Resultados y redacción del artículo.

AYFZ, contribución, Análisis de Resultados y redacción del artículo.

ALMQ, contribución, recolección de datos procesamiento de datos.

AJRL, contribución, modelamiento en Ftool, SAP2000.

Conflictos de interés

Los autores declaran que no existe conflicto de interés

Referencias

Blanco, E., Cervera , M., & Suárez, B. (2015). ANALISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS.

Obtenido de <http://cervera.rmee.upc.edu/libros/Analisis%20Matricial%20Estructuras.pdf>

Cervera Ruiz , M., & Blanco Diaz , E. (2002). Mecanica de estructuras Libro 2 Metodos de analisis.

Obtenido

de

http://cervera.rmee.upc.edu/libros/Mec%C3%A1nica_de_estructuras_II_Analisis_de_Estructuras.pdf

- Garcés, F., Genatios, C., Lafuente, M., & Mebarki, A. (2002). REAJUSTE DE MATRICES DE RIGIDEZ Y FLEXIBILIDAD PARA SISTEMAS APORTICADOS.
- GIANFRANCO OTTAZZI PASINO. (2014). ANALISIS ESTRUCTURAL 1.
- Guerdouh , D., & Khalfallah, S. (2019). Soil-structure interaction effects on the seismic performance of frame structures. *Revista de construcción*.
- Lopez, C., & Music, J. (2016). Análisis del período y desplazamiento de edificios de hormigón armado considerando distintos grados de rigidez en sus elementos resistentes. *Obras y Proyectos*, 33-47.
- Ottazzi Pasino, G. (2014). Apuntes del curso Análisis Estructural I.
- Pinto Barrantes, J. (sf de sf de 2020). UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL. Obtenido de UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL: <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/63929>
- Rupay Vargas, M. G. (2018). estructuración y diseño sísmico de edificaciones. En M. J. Rupay Vargas, *Estructuración y diseño sísmico de edificaciones*. Huancayo.
- Rupay Vargas, M. J. (2020). Apuntes Análisis Estructural II: Metodo directo de la Rigidez en Armaduras. En M. J. Rupay Vargas. Chanchamayo: Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa.
- Rupay Vargas, M., Hinostroza Enrique, R., Garamende Bautista, F., Loayza Pérez, Á., & Buendía Ramos, A. (2023). Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido. *DOMINIO DE LAS CIENCIAS*, 1-15.
- Rupay Vargas, M., Soto Garay, D., Limachi Rivera, S., Espejo Castilla, J., Manuel Guevara, J., & Fuentes Rivera Andrade, G. (2023). Comparación de los resultados del cálculo de la rigidez lateral de una. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplina*, 1-21.
- Rupay Vargas, M., Tucto Santiago, R., Tito Crispin, N., Ramos Carhuancha, G., & Uquiche Molina, A. (2023). Método de la rigidez aplicada en armaduras planas frente al software sap2000. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 1-21.
- Vargas, R. (2022). Apuntes Análisis Estructural II: Análisis Sísmico Estático. La Merced: sn.

Zazueta Villaseñor, J. H. (2009). Método de la rigidez para armaduras planas. Instituto tecnológico de Sonora.

© 2023 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).