



Aplicación del método Pólya en problemas que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado

Application of the Pólya method in problems that are solved by first degree equations

Aplicação do método Pólya em problemas resolvidos por equações de primeiro grau

Enrry José Cox Figueroa ^I

ecox@espam.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-0883-1090>

Josefina del Carmen Salas Giler ^{III}

jsalas@espam.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0001-9101-9983>

Marta Gema Espinoza Sánchez ^{II}

marta.espinoza@educacion.gob.ec

<https://orcid.org/0000-0001-7144-6024>

Ramón Erasmo Coox Zambrano ^{IV}

ramon.coox@educacion.gob.ec

<https://orcid.org/0000-0002-5774-994X>

Correspondencia: ecox@espam.edu.ec

Ciencias de la Educación

Artículo de Investigación

* **Recibido:** 30 de octubre de 2023 * **Aceptado:** 20 de noviembre de 2023 * **Publicado:** 06 de diciembre de 2023

- I. Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López Manabí, Ecuador.
- II. Unidad Educativa Pascasio Flores de Valgas, Ecuador.
- III. Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López Manabí, Ecuador.
- IV. Unidad Educativa Jaime del Hierro, Ecuador.

Resumen

El Método de Pólya, establece cuatro pasos para solucionar problemas de matemáticas, entender el problema, establecer un plan para resolver el problema, aplicar el plan y finalmente comprobar la solución. La presente investigación tuvo como objetivo aplicar el Método de Pólya para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de problemas que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado, la metodología consistió en aplicar sistemáticamente cada uno de los pasos del método Pólya a un grupo de 47 estudiantes y a otro grupo testigo con igual número se le aplicó la forma tradicional de enseñar los problemas de ecuaciones, una vez aplicada la dos estrategias de enseñanza, ambos grupos de estudiantes tuvieron que resolver un test con 8 problemas que van de lo siempre a lo complejo sobre problemas de ecuaciones, se obtuvo que los estudiantes que recibieron método Pólya obtuvieron un rendimiento académico del 78.5% y los estudiantes del modelo tradicional 58 % , significando que el método Pólya supero al método tradicional en 20.5%, en conclusión la aplicación del Método resulta muy útil en el proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas sobre ecuaciones de primer grado y mejoró el rendimiento académico de los estudiantes en comparación con el método tradicional.

Palabras Clave: Lenguaje algebraico; Lenguaje simbólico; Ecuaciones; Resolución de problemas matemáticos.

Abstract

The Pólya Method establishes four steps to solve mathematics problems, understand the problem, establish a plan to solve the problem, apply the plan and finally check the solution. The objective of this research was to apply the Pólya Method to improve the academic performance of students in the teaching-learning process of problems that are solved through first degree equations, the methodology consisted of systematically applying each of the steps of the method Pólya, to a group of 47 students and to another control group with the same number, the traditional way of teaching equation problems was applied. Once the two teaching strategies were applied, both groups of students had to solve a test with 8 problems ranging from From the always to the complex on equation problems, it was obtained that the students who received the Pólya method obtained an academic performance of 78.5% and the students of the traditional model 58%, meaning that the Pólya method surpassed the traditional method by 20.5%, in Conclusion, the application of the

Method is very useful in the teaching-learning process of problems on first degree equations and improved the academic performance of the students compared to the traditional method.

Keywords: Algebraic language; symbolic language; Equations; Mathematical problem solving.

Resumo

O Método Pólya estabelece quatro etapas para resolver problemas matemáticos, compreender o problema, estabelecer um plano para resolver o problema, aplicar o plano e finalmente verificar a solução. O objetivo desta pesquisa foi aplicar o Método Pólya para melhorar o desempenho acadêmico de alunos no processo de ensino-aprendizagem de problemas que são resolvidos através de equações de primeiro grau, a metodologia consistiu em aplicar sistematicamente cada uma das etapas do método Pólya, para um grupo de 47 alunos e para outro grupo de controle com o mesmo número, aplicou-se a forma tradicional de ensinar problemas de equações. Uma vez aplicadas as duas estratégias de ensino, ambos os grupos de alunos tiveram que resolver um teste com 8 problemas variando do sempre ao complexo de problemas de equações, obteve-se que os alunos que receberam o método Pólya obtiveram desempenho acadêmico de 78,5% e os alunos do modelo tradicional 58%, significando que o método Pólya superou o método tradicional em 20,5%, em Conclusão , a aplicação do Método é muito útil no processo de ensino-aprendizagem de problemas de equações do primeiro grau e melhorou o desempenho acadêmico dos alunos em comparação ao método tradicional..

Palavras-chave: Linguagem algébrica; linguagem simbólica; Equações; Resolução de problemas matemáticos.

Introducción

La educación es actualmente uno de los temas que concita mayor valoración y preocupación entre las y los habitantes de nuestro país. la sociedad ha depositado anhelos profundos, de mejores oportunidades, de una mejor convivencia cívica, de una mayor comprensión del mundo y tanto más. (Centro de perfeccionamiento, experimentación e investigaciones educativas, 2021). Además de todo esto la educación representa también el progreso de las sociedades, un mejor futuro para las personas indistintamente en el ámbito en que tengan que desenvolverse y desarrollarse.

En los albores de la modernidad la educación es considerada un factor determinante en el desarrollo social y científico, entendiéndose que los saberes se construyen desde un contexto escolarizado

contextualizado, donde convergen estudiantes, docentes, instituciones, familia y sociedad (Bolaño, 2020), significando que en el proceso de enseñanza, es importante la participación de todos los actores que forman parte del proceso y en la medida que estos actores se involucren se vera reflejado en los resultados que puedan alcanzarse.

Desde el inicio de la humanidad las Matemáticas ha representado una ciencia con gran valor de significación cultural contemplada como la disciplina universal evolutiva (Rodriguez & Torrealba, 2017). Las matemáticas se enseñan en todos los niveles de educación desde la escuela hasta universidad. Las matemáticas se han convertido en algo tan importante en todos los países desarrollados del mundo que la sociedad actual espera en general, que a todos los estudiantes se les enseñe muchas matemáticas (Gorgorio, 2012). es que las matemáticas se utilizan tanto para resolver problemas de la vida cotidiana como del ámbito profesional, de alguna manera los números, el cálculo matemático y el razonamiento permite que el ser humano de respuesta y solución a problemas de distintos indoles.

las matemáticas son útiles porque resuelven problemas. Han sido desarrolladas por al menos 4000 años para resolver problemas de la vida diaria. Todos usamos las matemáticas en la vida diaria, nos demos cuenta o no. Nos guste o no. Para intercambios de mercancías, el manejo de provisiones, la distribución de propiedades, incluso para describir el movimiento de las estrellas y los planetas para crear calendarios, establecer modelos y predecir temporadas para actividades agrícolas (Gamboa, 2022),

(Mora, 2003), expresa que en las últimas dos décadas del siglo XX y durante los primeros años del presente, la educación matemática ha experimentado un desarrollo muy importante tanto cualitativa como cuantitativamente. Por lo que para comprender lo que significan “las matemáticas” se debe conocer lo que implican (Piaget, Kamii, Freinet, Montessori, entre otros) citado por (Sánchez B. , 2017) expresan que se requiere conocer las teorías de diversos profesionales relevantes en este campo, por lo que es de vital importancia que el docente maneje un portafolio de herramientas y estrategias para que la enseñanza de las matemáticas produzca los resultados esperados.

Entre las preocupaciones frecuentes del profesorado de matemáticas en diferentes niveles educativos se encuentran las relacionadas con la evaluación y el desarrollo de la comprensión del conocimiento matemático: ¿Cómo sé lo que mis estudiantes comprenden acerca de un determinado conocimiento matemático? ¿Cómo puedo ayudarles a lograr aprendizajes con comprensión en

matemáticas? Ambas cuestiones están íntimamente ligadas y además no pueden ser abordadas sin considerar la faceta emocional de los alumnos. (Quintanilla & Gallardo, 2020).

La enseñanza de la matemática hace que el docente reflexione sobre la responsabilidad de enseñar esta noble ciencia, así como establecerse estrategias para lograr que en el proceso de enseñanza aprendizaje se obtengan los mejores resultados y que los estudiantes alcancen aprendizajes significativos, que puedan aplicar estos aprendizajes en los distintos escenarios donde tenga que desenvolverse.

La resolución de problemas es una característica esencial que distingue a la naturaleza humana y cataloga al hombre como “el animal que resuelve problemas”. Siendo un matemático productivo, se preocupó por el mal desempeño de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente al resolver problemas. Polya (1945) citado por (Sepúlveda, Medina, & Sepúlveda, 2009), Creía que era posible llevar al salón de clases su experiencia como matemático cuando se encontraba resolviendo.

Aprender a pensar a sido uno de los argumentos más repetidos a lo largo de la historia para justificar la necesidad de aprender matemáticas, pensar es una de las actividades centrales de la persona (Vila & Callejo, 2004), resulta increíble pensar que se debe aprender a pensar, si pensar es algo innato, pero en matemáticas el pensar se refiere al orden como las ideas van evolucionando en el ser humano para plantear un algoritmo que permita la solución de un problema.

La resolución de problemas no es una parte aislada de la educación matemática y de los programas de las materias, es una parte fundamental para todo aprendizaje matemático (NCTM, 2000) citado por (Sepúlveda, Medina, & Sepúlveda, 2009), para resolver un problema no solo de matemáticas, primero se debe comprender en contexto de problema, analizar ese contexto, observar los detalles, todo esto implica procesos cognitivos, que fortalecen la capacidad de razonamiento de los educandos. La resolución de problemas es la línea sobre la que se han centrado el mayor número de esfuerzos, tanto por lo escrito sobre el tema como por el desarrollo de proyectos de investigación en los últimos 30 años.

La resolución de problemas es el centro potencial de las matemáticas, su capacidad de desarrollar el pensamiento y el razonamiento analítico en los seres humanos (Quiñonez & Huiman, 2022). Cada día el ser humano debe resolver problemas desde los mas simples hasta lo más complejos, de ahí la importancia de saber aplicar métodos y estrategias para establecer el algoritmo que soluciones la problemática objeto de estudio.

(Sánchez & Valverde, 2020), expresan que el docente es el actor educativo fundamental, capaz de diagnosticar y detectarlas situaciones prácticas, como protagonista de la acción educativa, de hay el rol importante y el compromiso con la profesión y con la ética profesional del docente de matemáticas, el docente en su trayectoria profesional ira fortaleciendo habilidades y estrategias para la enseñanza de las matemáticas.

Materiales y métodos

En la presente investigación intervinieron 94 estudiantes a los cuales luego de aplicar el modelo de enseñanza tradicional y el método de Pólya, se les aplicó un test que contiene 8 problemas de ecuaciones de primer grado.

Tabla 1: test de ejercicios

Items	PROBLEMAS: Ecuaciones de primer grado	RESPUESTAS
1	Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 31.	
2	Encontrar dos números consecutivos pares cuya suma sea 34.	
3	La edad de Carlos es el doble de su hermana. Determinar la edad de ambos si la suma de sus edades es 30 años.	
4	Juan tiene 8 dólares más que se primó. ¿Cuánto tendrá cada uno si la suma de las dos cantidades es 40 dólares?	
5	Martin compro una camisa y un pantalón para ir a una fiesta. El pantalón costo 15 dólares mas que la camisa. Determinar el valor de la camisa y pantalón, si por las dos preñar pago 55 dólares.	
6	Por la compra de un cuaderno, un libro y una calculadora se pago 47 dólares. El libro costo el	

	doble que la calculadora, y el cuaderno costo 13 dólares menos que la calculadora. Determinar el precio del cuaderno, calculadora y libro.	
7	Las edades de un padre, una madre y su hijo suman 80 años. Determinar las edades de los tres, conociendo que el padre es 10 años mayor que la madre, y el hijo es 20 años menor que la madre.	
8	Una familia constituida por dos padre, madre y 4 hijos, compran boletos para entrar al cine. Por la compra de 4 boletos de niños y 2 boletos de adultos se ha pagado 40 dólares. Determinar el valor de cada boleto considerando que el boleto de adulto cuesta 5 dólares más.	

Modelo tradicional de enseñanza

Bajo un modelo donde el docente se convierte en un expositor mediante una conferencia magistral, se explico el tema: problema que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado, una vez explicado el tema, los estudiantes tuvieron que resolver el test constituido por 8 problemas.

Método de Pólya para resolver problemas.

El método o pasos de Polya son estrategias didácticas útiles en la resolución de problemas matemáticos, debido a que fortalece la competencia matemática favoreciendo las operaciones básicas (Peñaloza, 2019), citado por (Barrón, Basto, & Garro, 2021), específicamente este método comprende 4 etapas:

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan.
3. Ejecutar el plan
4. Comprobar la solución.

Entender el problema.

Se inicia leyendo el problema planteado hasta comprender el enunciado a través de una serie de interrogantes que contemplen los datos del problema. (Barrón, Basto, & Garro, 2021) .En esta fase

se debe obtener información suficiente para comprender e identificar los datos principales mediante la reflexión, ubicándose en el contexto imaginario del problema. Este primer procedimiento es muy importante porque es el punto de partida para la solución del problema.

(Alonso, 2012), expresa que en esta fase se debe, considerar las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Configurar un plan

Luego de comprender el problema el estudiante hace uso de sus competencias del área, ideando un plan para la resolución del problema mediante la representación simbólica, haciendo uso de materiales didácticos y planificando operaciones y estrategias (Barrón, Basto, & Garro, 2021).

En este segundo paso (Alonso, 2012), expresa que se debe, considerar las siguientes interrogantes:

- Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados

para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Ejecutar el plan

En este paso se implementa la estrategia planificada, para ello se debe considerar el tiempo adecuado, se pone en práctica las capacidades, conocimientos y actitudes, haciendo uso de la estrategia y ejecutando operaciones aritméticas, además, en cada paso se hace la reflexión del desarrollo de los procedimientos aplicados y verificando los resultados obtenidos. (Barrón, Basto, & Garro, 2021).

En la tercera parte (Alonso, 2012), expresa que se debe, considerar las siguientes interrogantes:

- Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos
- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Comprobar la solución

Para finalizar, el estudiante verifica sus resultados mediante la reflexión, auto evaluación haciendo una mirada del problema desde el inicio pasando por el desarrollo y comprobando los resultados obtenidos, asegurándose que sean los correctos; también puede corregir, verificar y hacer proyecciones de ejercicios similares. (Barrón, Basto, & Garro, 2021)

En el último paso (Alonso, 2012), expresa que se debe, considerar las siguientes interrogantes:

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

La información obtenida en el modelo de enseñanza tradicional y aplicando el método Pólya, fue ordenada y tabulada aplicando el método estadístico para poder analizar la información y llegar a la obtención de conclusiones.

Resultado y discusión

Enseñanza tradicional de problemas que se resuelven mediante sistema de ecuaciones.

Tabla 2. Datos de aciertos y no aciertos en el modelo de enseñanza tradicional de las ecuaciones de primer grado

Nº PROBLEMA	ACIERTOS	NO ACIERTOS	TOTAL
PROBLEMA 1	31	16	47
PROBLEMA 2	28	19	47
PROBLEMA 3	34	13	47
PROBLEMA 4	20	17	37
PROBLEMA 5	29	18	47
PROBLEMA 6	26	21	47
PROBLEMA 7	25	22	47
PROBLEMA 8	22	25	47

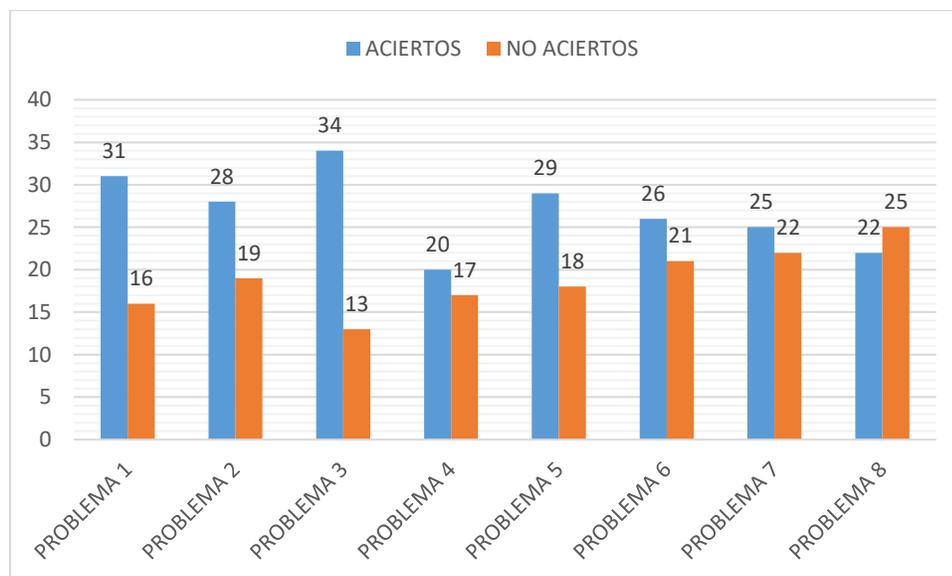


Figura 1. Datos de aciertos y no aciertos en el modelo de enseñanza tradicional de las ecuaciones de primer grado

Análisis:

El tanto por ciento de aciertos para los problemas: 1,2,3,4,5,6,7 y 8 fue: 65.96%, 59.57%, 72.34%, 42.55% , 61.7%, 55.32%, 53.19%, 46.81% respectivamente, el promedio de aciertos ha sido 58%

Aplicación del Método Pólya

Tabla 3. Datos de aciertos y no aciertos aplicando en método del Pólya

N°	PROBLEMA	ACIERTOS	NO ACIERTOS	TOTAL
	PROBLEMA 1	43	4	47
	PROBLEMA 2	36	11	47
	PROBLEMA 3	39	8	47
	PROBLEMA 4	37	10	47
	PROBLEMA 5	39	8	47
	PROBLEMA 6	34	13	47
	PROBLEMA 7	35	12	47
	PROBLEMA 8	32	15	47

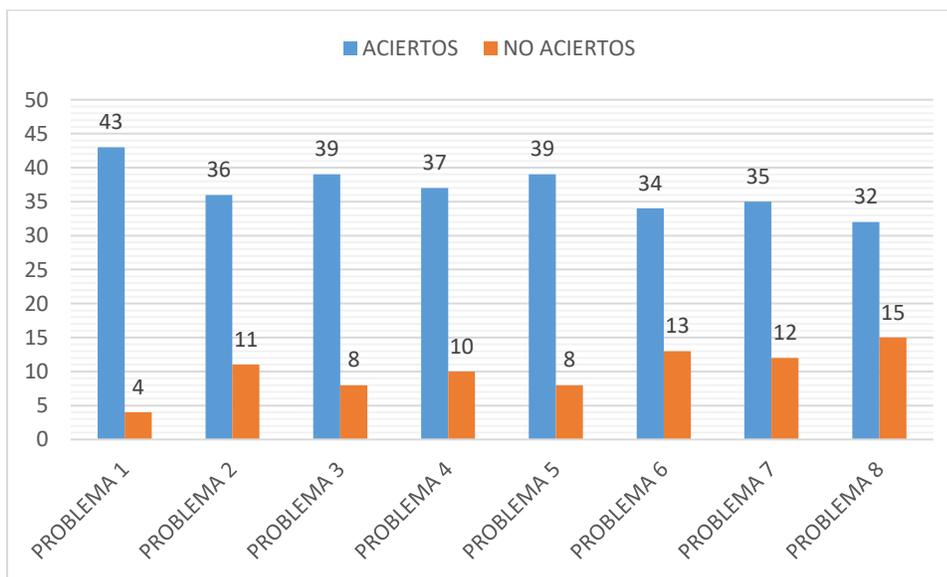


Figura 2: Datos de aciertos y no aciertos aplicando en método del Pólya

Análisis:

En la segunda parte del test aplicado a los estudiantes, se presentan 8 problemas, el tanto por ciento de aciertos para los problemas: 1,2,3,4,5,6,7 y 8 fue: 97.49%, 76.6%, 82.99%, 78.72% , 82.99%, 72.34%, 74.47%, 68.09% respectivamente, el promedio de aciertos ha sido 78.5%

Comparación de aciertos con modelo tradicional y Pólya

Tabla 4: aciertos con el método tradicional y método Pólya

Nº PROBLEMA	ACIERTOS(método tradicional)	ACIERTOS (método Pólya)
PROBLEMA 1	31	43
PROBLEMA 2	28	36
PROBLEMA 3	34	39
PROBLEMA 4	20	37
PROBLEMA 5	29	39
PROBLEMA 6	26	34
PROBLEMA 7	25	35
PROBLEMA 8	22	32

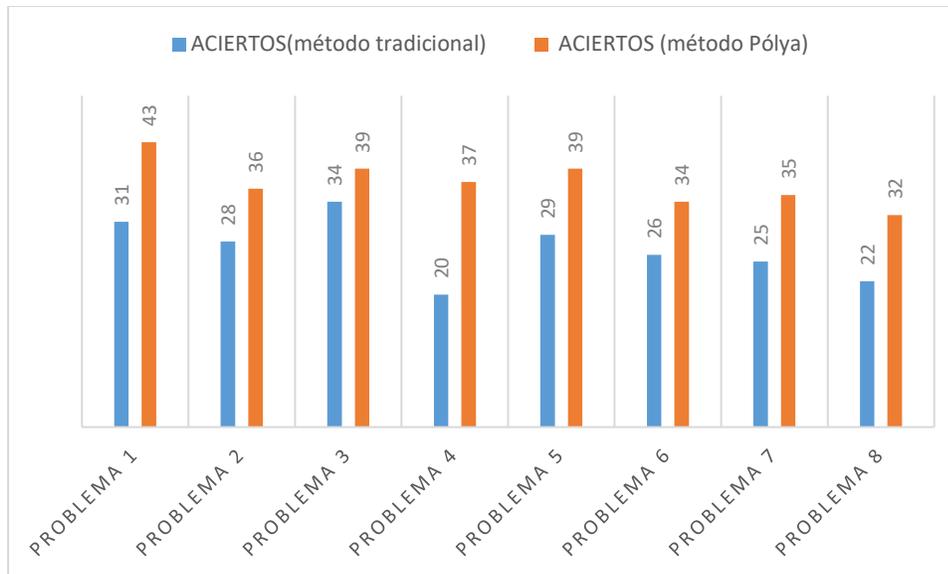


Figura 3: aciertos en ejercicios y problemas

Análisis:

Teniendo en cuenta la información proporcionada por las tablas 2 y 3, se concluye que la aplicación del método Pólya mejoró en rendimiento académico en 28.5% en comparación con el método tradicional de enseñanza.

Conclusión

El método de Pólya, con sus etapas, comprender el problema, establecer un plan, aplicar el plan y comprobar la solución, ha permitido el mejoramiento académico de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los problemas que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado. El método Pólya permitió un incremento en las calificaciones del 20.5%

Referencias

- Alonso, J. (7 de mayo de 2012). *VESTIGIUM*. Obtenido de <https://www.glc.us.es/~jalonso/vestigium/el-metodo-de-polya-para-resolver-problemas/>
- Barrón, J., Basto, I., & Garro, I. (2021). Método Polya en la mejorar del aprendizaje. *Digital Publisher*, 166.
- Bolaño, O. (2020). El constructivismo: modelo pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. *Educare*, 489.

- Centro de perfeccionamiento, experimentación e investigaciones educativas. (2021). *Estándares de la profesión docente, carrera de pedagogía en matemáticas educación media*. Chile: Ministerio de Educación Alameda, Santiago.
- Gamboa, M. (2022). La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*. .
- Gorgorio, N. (2012). *Matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva Internacional*. España: Graó de IRIF S.L.
- Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*.
- Quintanilla, V., & Gallardo, J. (2020). identificar experiencias emocionales para mejorar la comprensión en matemáticas. *Uno: Revista de didácticas de las matemáticas*, 24.
- Quiñonez, A., & Huiman, H. (2022). Resolución de problemas con el método matemático de Polya: La aventura de aprender. *Revista de Ciencias Sociales*, 75.
- Rodriguez, I., & Torrealba, A. (2017). Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje de lenguaje algebraico de estudiantes de tercer año de educación general media. *Revista Arjé*, 433.
- Sánchez, B. (2017). *las matemáticas cercanas en educación infantil, escuela, familia y entorno*. Cantabria: Universidad de Cantabria.
- Sánchez, L., & Valverde, Y. (2020). Método heurístico de George Pólya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado sexto. *Revista Unimar*, 113.
- Sepúlveda, A., Medina, C., & Sepúlveda, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, 81.
- Vila, A., & Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar; el papel de las creencias en la solución de los problemas*. España: Narcea Ediciones.