



*Aproximación numérica de la distribución de temperatura en una barra metálica
utilizando un esquema de diferencias finitas*

*Numerical approximation of the temperature distribution in a metal bar using a
finite difference scheme*

*Aproximação numérica da distribuição de temperatura em uma barra de metal
usando um esquema de diferenças finitas*

Milton Fabián Peñaherrera-Larenas ^I
mpenaherrera@utb.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-8603-7522>

Víctor Felipe Baidal-Alvarado ^{III}
vbaidal@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-9005-6873>

Holger Luis Coronel-Montecé ^V
coronel_montece78@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5460-864X>

David Elías Dáger-López ^{II}
daviddagerlopez@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-6663-6149>

Janina Hellen Gutiérrez-Molina ^{IV}
janina4_20-7@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-9172-9002>

Juan Carlos Granizo-Arias ^{VI}
jcgranizo35@hotmail.es
<https://orcid.org/0000-0003-4272-0244>

Correspondencia: mpenaherrera@utb.edu.ec

Ciencias Técnicas y Aplicadas
Artículo de Investigación

***Recibido:** 30 de Septiembre de 2021 ***Aceptado:** 30 de Octubre de 2021 * **Publicado:** 16 de Noviembre de 2021

- I. Universidad Técnica de Babahoyo, Los Rios, Ecuador.
- II. Universidad Estatal de Milagro, Guayas, Ecuador.
- III. Universidad Estatal de Milagro, Guayas, Ecuador.
- IV. Universidad Estatal de Milagro, Guayas, Ecuador.
- V. Universidad de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador.
- VI. Universidad Estatal de Milagro, Guayas, Ecuador.

Resumen

En el presente trabajo de investigación se desarrolla el problema de conducción bidimensional del calor usando el método numérico de diferencias finitas, utilizando los esquemas de diferencias finitas progresivas, retrógradas y Crank-Nicolson. En la parte matemática, se desarrollan las series de Taylor para una, dos y tres variables independientes, se obtienen los esquemas de diferencias finitas progresivas, retrógradas y Crank-Nicolson. Se deduce la ecuación de conducción bidimensional del calor que depende de la geometría del dominio y se le impone condiciones iniciales y de frontera, de acuerdo a estas condiciones el problema se torna con un cierto grado de dificultad para su solución analítica, entonces se puede utilizar métodos de aproximación numérica como el método de diferencias finitas. Para hallar la solución aproximada se han utilizado los esquemas de diferencias progresivas y Crank-Nicolson. Para el contraste de los resultados, se realiza la comparación de las soluciones aproximadas obtenidas con los esquemas de diferencias y la solución analítica, obtenida por el método de separación de variables utilizando los mismos parámetros de entrada, llegando a determinar que el error de aproximación es muy pequeño, concluyendo así que los esquemas de diferencias utilizados resultan eficientes en su aplicación. Se ha implementado computacionalmente los esquemas de diferencias finitas progresivas y de Crank-Nicolson para el problema de conducción bidimensional del calor en una placa metálica rectangular con condiciones de frontera de Dirichlet y condiciones iniciales dadas, logrando determinar el comportamiento de la temperatura para diferentes tiempos.

Palabras clave: diferencias finitas; series de Taylor; ecuación de Laplace.

Abstract

In the present research work, the problem of two-dimensional heat conduction is developed using the numerical method of finite differences, using the progressive, retrograde and Crank-Nicolson finite difference schemes. In the mathematical part, the Taylor series are developed for one, two and three independent variables, the progressive, retrograde and Crank-Nicolson finite difference schemes are obtained. The two-dimensional heat conduction equation that depends on the geometry of the domain is deduced and initial conditions and a boundary are imposed on it, according to these conditions the problem becomes with a certain degree of difficulty for its analytical solution, then it can be used numerical approximation methods such as the finite

difference method. To find the approximate solution, the progressive difference and Crank-Nicolson schemes have been used.

To contrast the results, the approximate solutions obtained with the difference schemes and the analytical solution are compared, obtained by the method of separation of variables using the same input parameters, determining that the approximation error is very small, thus concluding that the difference schemes used are efficient in their application. The progressive finite difference and Crank-Nicolson schemes have been computationally implemented for the problem of two-dimensional heat conduction in a rectangular metal plate with Dirichlet boundary conditions and given initial conditions, managing to determine the temperature behavior for different times.

Keywords: finite differences; Taylor series; Laplace's equation.

Resumo

No presente trabalho de pesquisa, o problema de condução de calor bidimensional é desenvolvido usando o método numérico das diferenças finitas, usando os esquemas de diferenças finitas progressivas, retrógradas e de Crank-Nicolson. Na parte matemática, são desenvolvidas as séries de Taylor para uma, duas e três variáveis independentes, obtendo-se os esquemas de diferenças finitas progressivo, retrógrado e Crank-Nicolson. A equação bidimensional de condução de calor que depende da geometria do domínio é deduzida e as condições iniciais e uma fronteira são impostas a ele, de acordo com essas condições o problema torna-se com certo grau de dificuldade para sua solução analítica, então pode ser usado métodos de aproximação numérica, como o método das diferenças finitas. Para encontrar a solução aproximada, foram usados os esquemas de diferença progressiva e Crank-Nicolson.

Para contrastar os resultados, são comparadas as soluções aproximadas obtidas com os esquemas de diferenças e a solução analítica, obtida pelo método de separação de variáveis utilizando os mesmos parâmetros de entrada, determinando que o erro de aproximação é muito pequeno, concluindo assim que os esquemas de diferenças usados são eficientes em sua aplicação. Os esquemas de diferenças finitas progressivas e Crank-Nicolson foram implementados computacionalmente para o problema de condução de calor bidimensional em

uma placa de metal retangular com condições de contorno de Dirichlet e dadas as condições iniciais, conseguindo determinar o comportamento da temperatura para diferentes tempos.

Palavras-chave: diferenças finitas; Série de Taylor; Equação de Laplace

Introducción

La teoría de Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) se ha convertido en uno de los campos de estudio más importantes en matemáticas, debido a su frecuente aplicación en diferentes áreas de la física, ingeniería y otras ciencias. Entre las EDP más representativas se encuentran la Ecuación de Laplace, la Ecuación de Onda y la Ecuación de Calor. (Ramírez, Vanegas, & Villegas, 2015)

La Ecuación de Laplace modela la distribución de temperatura en estado estacionario para una región. Si $u(x, y, z)$ representa la temperatura en un punto (x, y, z) en la región, la distribución se obtiene al solucionar la ecuación

$$\nabla^2 u = 0$$

Esta ecuación aparece en muchos otros problemas de la física como: Potenciales Electrostáticos, Potenciales en Hidrodinámica y Potenciales Armónicos en la Teoría de la Elasticidad.

La Ecuación de Calor constituye una herramienta de gran utilidad para dar solución a problemas de flujo de calor en cuerpos determinados. Si $u(x, y, z, t)$ es la temperatura en el punto (x, y, z) , en un instante t , la ecuación es

$$u_t = k\nabla^2 u$$

Fórmulas progresivas o de diferencias divididas finitas hacia delante

Cuando no se tienen datos a la izquierda del punto en que se debe calcular la derivada, se utilizan las formulas progresivas. Para el desarrollo de las mismas, se considera la función $f(x)$, sus puntos, x_0 , $x_0 + h$ (punto delante), y , la correspondiente Serie de Taylor, truncada en el tercer término.

La fórmula de la Primera diferencia progresiva, con error de truncamiento $O(h)$, de orden 1 es:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + O(h)$$

Demostración: Para obtener la fórmula solamente es necesario desarrollar la Serie de Taylor en el punto $a = x_0 + h$ y luego trincar en el término que necesitemos, para ello usamos:

$$f(x_0 + h) = \frac{f(x_0)}{0!} + \frac{f'(x_0)}{1!}(x_0 + h - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x_0 + h - x_0)^2 + \dots$$

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(\xi)}{2} h^2$$

Despejando $f'(x_0)$ que es el valor que nos interesa aproximar, se tiene

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{f''(\xi)}{2h} h^2,$$

$$= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + O(h)$$

$$= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + O(h)$$

con $\xi \in (x_0, x_0 + h)$

Fórmulas regresivas o de diferencias divididas finitas hacia atrás

Cuando no se tienen datos a la derecha del punto en que se debe calcular la derivada, se utilizan las fórmulas regresivas. Para el desarrollo de las mismas, se considera la función $f(x)$, sus puntos, x_0 , $x_0 - h$ (punto atrás), y, la correspondiente Serie de Taylor en el punto $a = x_0 - h$ truncada en el tercer término. (Mañas-Mañas & Pinta, 2017)

La fórmula de la Primera diferencia regresiva [7], con error de truncamiento $O(h)$, de orden 1 es:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + O(h)$$

Demostración: La demostración para obtener (3.7) es análoga al caso anterior, hacemos el desarrollo de Taylor en el punto $a = x_0 - h$, truncamos y despejamos $f'(x_0)$ que es lo que queremos aproximar.

$$f(x_0 - h) = f(x_0) + f'(x_0)(x_0 - h - x_0) + \frac{f''(\xi)}{2}(x_0 - h - x_0)^2 + \dots$$

$$\begin{aligned}
 &= f(x_0) - hf'(x_0) + \frac{f''(\xi)}{2} h^2 \\
 hf'(x_0) &= f(x_0) - f(x_0 - h) + \frac{f''(\xi)}{2} h^2, \\
 f'(x_0) &= \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2} h^2 \\
 &= \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2} h \\
 &= \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + Oh \\
 &\text{con } \xi \in (x_0 - h, x_0)
 \end{aligned}$$

Nota 3.3. Las fórmulas que hemos obtenido del error son muy importantes, hay que pensar que en casos reales no conocemos el valor exacto de la derivada, por tanto, es necesario controlar el error que estamos cometiendo. Este error en las fórmulas de derivación (3.6) y (3.7) viene dado por la expresión

$$\frac{f''(\xi)}{2} h$$

Si conseguimos acotar $f''(\xi)$ en el intervalo donde varia ξ tendremos una cota del error cometido.

Método de Crank Nicholson

John Crank

Nació el 6 de febrero de 1916 en Hindley, Inglaterra. Trabajó en balística durante la Segunda Guerra Mundial y posteriormente trabajó como fisicomatemático en el Courtaulds Fundamental Research Laboratory desde 1945 hasta 1957. En 1940, junto a Phyllis Nicolson perfeccionaron el método resolución de E.D.D.P. de Richardson. Falleció el 3 de octubre de 2006 en Inglaterra. (Ezquerro Fernandez, 2012)

Phyllis (Lockett) Nicolson

Nació el 21 de setiembre de 1917 en Macclesfield, Inglaterra. Durante la Segunda Guerra Mundial trabajó en el desarrollo de la teoría del magnetron. En 1940, junto a John Crank

perfeccionaron el método resolución de E.D.D.P. de Richardson. Falleció el 6 de octubre de 1968 en Sheffield, Inglaterra

Método Crank- Nicholson

1.-Forma Escalar ($j = 0,1, \dots$):

$$-\frac{1}{2}r(v_{i+1,j+1} + v_{i-1,j+1}) + (1+r)v_{ij+1} = \frac{1}{2}r(v_{i+1,j} + v_{i-1,j}) + (1-r)v_{ij}$$

2.-Forma Matricial:

$$\left(I + \frac{r}{2}B\right)V_{j+1} = \left(I - \frac{r}{2}B\right)V_j \quad j = 0,1, \dots$$

3.- Generalización ($0 \leq \theta \leq 1$)

$$[I + r\theta B]V_{j+1} = [I - r(1-\theta)B]V_j \quad j = 0,1, \dots$$

Si las condiciones de Frontera en $x = ay / \acute{o}x = b$ fuesen no nulas, los métodos anteriores se verían afectado por lo correspondientes términos independientes.

Resultados

Ejercicio propuesto con el método de diferencias finitas progresivas hacia adelante

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{4}{\pi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, \quad 0 < x < 4, \quad 0 < t; \\ u(0,t) &= u(4,t) = 0, \quad 0 < t, \\ u(x,0) &= \sin \frac{\pi}{4} x \left(1 + 2\cos \frac{\pi}{4} x\right), \quad 0 \leq x \leq 4, \\ \Delta x &= 0,2; \quad \Delta t = 0,04, t \in [0,0.4] \end{aligned}$$

Usando:

Diferencias progresivas

Compare los resultados, con la solución real

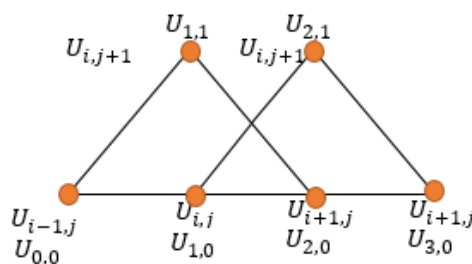
$$\begin{aligned} u(x,t) &= e^{-t} \sin \frac{\pi}{2} x + e^{-\frac{t}{2}} \sin \frac{\pi}{4} x \\ \lambda = r &= \frac{K\Delta t}{\Delta x^2} \\ r &= \frac{\frac{4}{\pi^2} \Delta t}{\Delta x^2} = 0,4052 \end{aligned}$$

$$U_{i,j+1} = \lambda U_{i-1,j} + (1 - 2\lambda)U_{i,j} + \lambda U_{i+1,j}$$

$$U_{i,j+1} = 0,4U_{i-1,j} + (1 - 2(0,4))U_{i,j} + 0,4U_{i+1,j}$$

$$U_{1,1} = 0,4(0) + 0,2(0,46) + 0,4(0,29)$$

$$U_{1,1} = 0,4518$$



Código en Matlab

```

clc
clear all
close all
%Datos
dx=0.2;
dt=0.04;
k=(4/pi^2);
r=(dt*k)/((dx)^2); %sacamos el valor de Lambda
x=[0.2:0.2:3.8] %ubicar los datos del piso sin incluir los extremos o
fronteras
tf=0.4;
u=sin(pi.*x/4).*(1+2.*cos((pi.*x/4)));
U=u' %trasnponemos u
Temp_num=U;
Temp_analitic=U;
t=(dt:dt:tf);
%armamos la matriz cuadrada de 19x19
A=[1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;

```



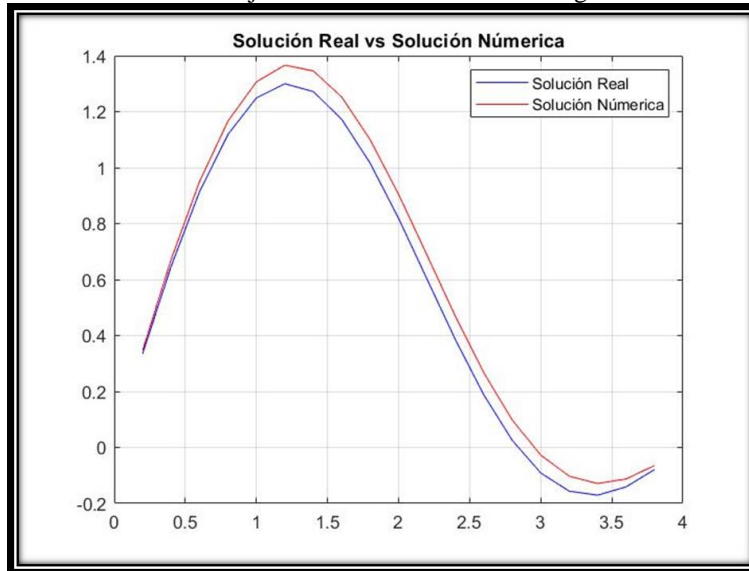
```

0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r r;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r 1-2*r];
for i=1:10
U=A*U;
Temp_num=[Temp_num;U];
%comparamos con las solución analítica real
U_analitic = (exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4))';
Temp_analitic=[Temp_analitic;U_analitic];
end
%U
Error=abs(Temp_analitic-Temp_num)
>Error_relativo=Error./Temp_analitic;
%filename = 'pg3.xlsx';
%xlswrite(filename,Error,'A3')
%reshape(Temp_num,4,11)
%% gráfico comparativo de la solución real
%x=(0:0.5:4);
y=(exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4));
plot(x,y, 'b')
title('Solución Real vs Solución Numérica')
hold on;
plot(x,U, 'r')

```

```
legend('Solución Real','Solución Numérica')
grid on;
```

Gráfica 1 Ejercicio en Matlab método Progresivo



Ejercicio propuesto con el método de diferencias finitas regresivas

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{4}{\pi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < 4, \quad 0 < t;$$

$$u(0,t) = u(4,t) = 0, \quad 0 < t,$$

$$u(x,0) = \sin \frac{\pi}{4} x \left(1 + 2 \cos \frac{\pi}{4} x \right), \quad 0 \leq x \leq 4,$$

$$\Delta x = 0,2; \Delta t = 0,04, t \in [0,0.4]$$

Usando:

Diferencias regresivas

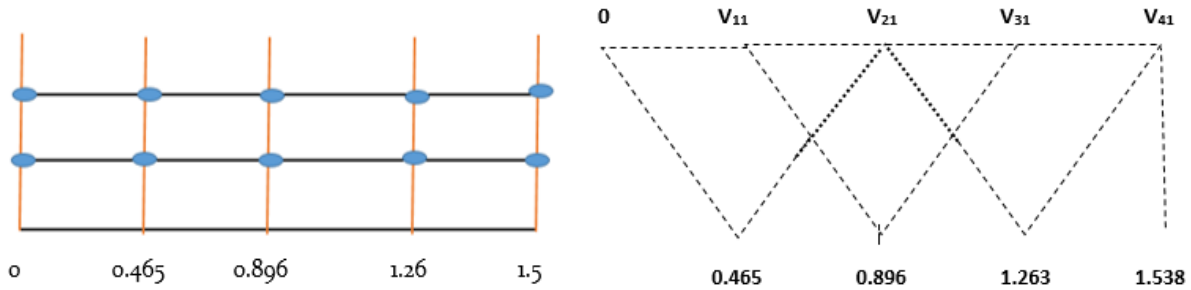
Compare los resultados, con la solución real

$$u(x,t) = e^{-t} \sin \frac{\pi}{2} x + e^{-\frac{t}{2}} \sin \frac{\pi}{4} x$$

$$U_{i-1,j} + (-1 - 2\lambda)U_{i,j} + \lambda U_{i+1,j} = -U_{i,j-1}$$

$$U(x,0) = 0,46545146$$

$$0,89680225$$



$$U_{1,1} = 0,4U_{i-1,j} - 1,8U_{i,j} + 0,4U_{i+1,j} = -U_{i,j-1}$$

$$U_{1,1} = 0,4(0) - 1,8(U_{i,j}) + 0,4(U_{i+1,j}) = -0,465$$

$$U_{1,1} = -1,8(U_{i,j}) + 0,4(U_{i+1,j}) = -0,465$$

$$U_{1,1} = -1,8(U_{11}) + 0,4(U_{21}) = -0,465$$

$$U_{2,1} = 0,4U_{11} - 1,8U_{21} + 0,4U_{31} = -0,896$$

$$U_{3,1} = 0,4U_{21} - 1,8U_{31} + 0,4U_{41} = -1,263$$

$$U_{4,1} = 0,4U_{31} - 1,8U_{41} + 0,4U_{51} = -1,538$$

Codigo en Matlab

```

clc
clear all
close all
%Datos
dx=0.2;
dt=0.04;
k=(4/pi^2);
r=(dt*k)/((dx)^2); %sacamos el valor de Lambda
x=[0.2:0.2:3.8] %ubicar los datos del piso sin incluir los extremos o
fronteras
tf=0.4;
t=(dt:dt:tf);
u=sin(pi.*x/4).*(1+2.*cos((pi.*x/4)));
U=u'; %trasnponemos u
Unum=U;
    
```

```
Uanalytic=U;

A=[-1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r -1-2*r r];

for j=1:10
    B=-U;
    U=A\B
    Unum=[Unum;U];
end

for i=1:10% solución numerica real
Ua = (exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4))';
Uanalytic=[Uanalytic;Ua];
end

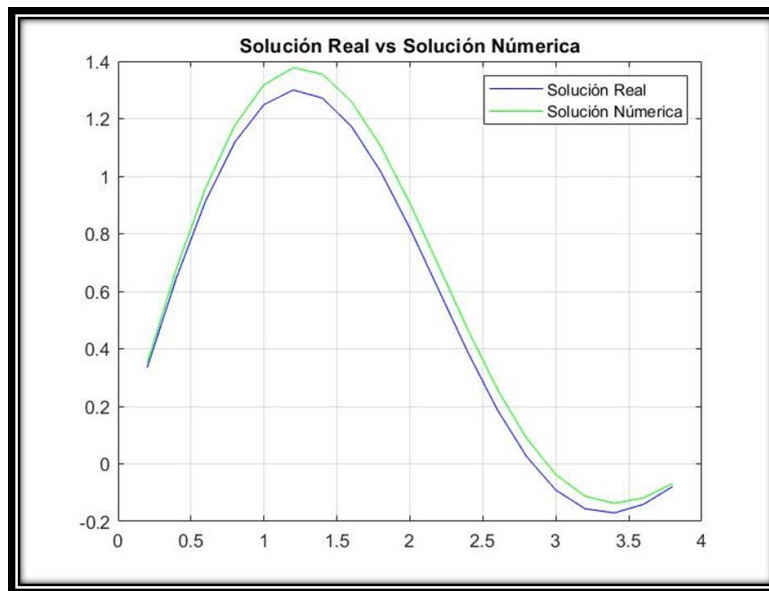
Error=abs(Uanalytic-Unum)
```

```
%% gráfico comparativo de la solución real
%x=(0:0.5:4);
y=(exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4));

plot(x,y, 'b')
title('Solución Real vs Solución Numérica')
hold on;

plot(x,U, 'g')
legend('Solución Real','Solución Numérica')
grid on;
```

Gráfica 2 Ejercicio en Matlab método regresivo



Ejercicio propuesto con el método de diferencias Crank-Nichosol

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{4}{\pi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad 0 < x < 4, \quad 0 < t;$$
$$u(0,t) = u(4,t) = 0, \quad 0 < t,$$
$$u(x,0) = \sin \frac{\pi}{4} x \left(1 + 2 \cos \frac{\pi}{4} x \right), \quad 0 \leq x \leq 4,$$
$$\Delta x = 0,2; \Delta t = 0,04, t \in [0,0,4]$$

Compare los resultados, con la solución real

$$u(x,t) = e^{-t} \sin \frac{\pi}{2} x + e^{-\frac{t}{2}} \sin \frac{\pi}{4} x$$

$$u_{1,1} - u_{1,0} = \frac{r}{2} [u_{2,0} - 2u_{1,0} + u_{0,0} + u_{2,1} - 2u_{1,1} + u_{0,1}]$$

$$u_{1,1} - 0,465 = \frac{0,4}{2} [10,896 - 2(0,465) + 0 + u_{2,1} - 2u_{1,1} + 0]$$

$$u_{1,1} - 0,465 = 0,2[0,896 - 0,93 + u_{2,1} - 2u_{1,1}]$$

$$u_{1,1} = 0,465 = 0,2[0,896 - 0,93 + u_{2,1} - u_{1,1}]$$

$$u_{1,1} = 0,4582 + 0,2u_{2,1} - 0,4u_{1,1}$$

$$1,4u_{1,1} = 0,2u_{2,1} + 0,4582$$

Otra forma

$$(1+r)u_{1,1} - \frac{r}{2}u_{2,1} = (1-r)u_{2,0} + \frac{r}{2}(u_{2,0} + u_{0,0} + u_{0,1})$$

$$(1+0,4)u_{1,1} - 0,2u_{2,1} = (1-0,4)((0,465) + 0,2(0,896 + 0 + 0))$$

$$1,4u_{1,1} - 0,2u_{2,1} = 0,279 + 0,1792$$

$$1,4u_{1,1} - 0,2u_{2,1} = 0,4582$$

$$1,4u_{1,1} = 0,4582 + 0,2u_{2,1}$$

$$(1+r)u_{2,1} - \frac{r}{2}(u_{3,1} + u_{1,1}) = (1-r)u_{2,0} + \frac{r}{2}(u_{3,0} + u_{1,0})$$

$$(1+0,4)u_{2,1} - 0,2(u_{3,1} + u_{1,1}) = (1-0,2)0,896 + 0,2(1,26 + 0,465)$$

$$1,4u_{2,1} - 0,2u_{3,1} - 0,2u_{1,1} = 0,7168 + 0,345$$

$$1,4u_{2,1} - 0,2u_{3,1} - 0,2u_{1,1} = 1,0618$$

Código en Matlab

```
clc
clear all
close all
%Datos
dx=0.2;
dt=0.04;
```

```

k=(4/pi^2);
r=(dt*k)/((dx)^2); %sacamos el valor de Lambda
x=[0.2:0.2:3.8] %ubicar los datos del piso sin incluir los extremos o
fronteras
tf=0.4;
t=(dt:dt:tf);
u=sin(pi.*x/4).*(1+2.*cos((pi.*x/4)));
U=u'; %trasnponemos u
Unum=U;
Uanalytic=U;

```

```

A=[1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
-r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r -r/2;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -r/2 1+r];

```

```

B=[1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;

```

```

0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r r/2;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 r/2 1-r];

```

```

for i=1:10
U=A\ (B*U);
Unum=[Unum;U];
end

for i=1:10
ua = (exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4));% para
sacar la solución analítica real
Ua=ua'
Uanalytic=[Uanalytic;Ua];
end

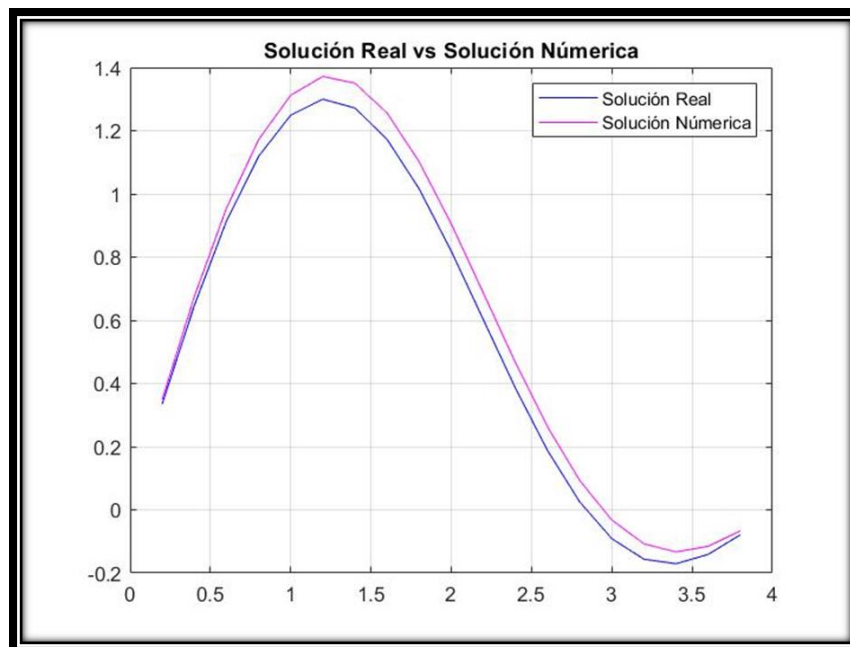
Error=abs(Uanalytic-Unum)
%% gráfico comparativo de la solución real
%x=(0:0.5:4);
y=(exp(-t(i)).*sin(pi.*x/2)+exp(-t(i)/2).*sin(pi.*x/4));

```



```
plot(x,y, 'b')  
title('Solución Real vs Solución Numérica')  
hold on;  
  
plot(x,U, 'm')  
legend('Solución Real', 'Solución Numérica')  
grid on;
```

Gráfica 3 Ejercicio en Matlab Crank Nicolson



Comparación de todos los métodos de Diferencias Finitas

#	VDFP	VDFR	VCN	Valor Real	Error de DFP	Error de DFR	Error de CN
1	0,465451459	0,465451459	0,465451459	0,465451459	0	0	0
2	0,896802247	0,896802247	0,896802247	0,896802247	0	0	0
3	1,263007494	1,263007494	1,263007494	1,263007494	0	0	0
4	1,538841769	1,538841769	1,538841769	1,538841769	0	0	0
5	1,707106781	1,707106781	1,707106781	1,707106781	0	0	0
6	1,760073511	1,760073511	1,760073511	1,760073511	0	0	0
7	1,700023519	1,700023519	1,700023519	1,700023519	0	0	0
8	1,538841769	1,538841769	1,538841769	1,538841769	0	0	0
9	1,296705335	1,296705335	1,296705335	1,296705335	0	0	0
10	1,000000000	1,000000000	1,000000000	1,000000000	0	0	0
11	0,678671346	0,678671346	0,678671346	0,678671346	0	0	0
12	0,363271264	0,363271264	0,363271264	0,363271264	0	0	0
13	0,08198953	0,08198953	0,08198953	0,08198953	0	0	0
14	-0,142039522	-0,142039522	-0,142039522	-0,142039522	0	0	0
15	-0,292893219	-0,292893219	-0,292893219	-0,292893219	0	0	0
16	-0,363271264	-0,363271264	-0,363271264	-0,363271264	0	0	0
17	-0,355026495	-0,355026495	-0,355026495	-0,355026495	0	0	0
18	-0,278768258	-0,278768258	-0,278768258	-0,278768258	0	0	0
19	-0,152582529	-0,152582529	-0,152582529	-0,152582529	0	0	0
20	0,451630978	0,452114199	0,451877176	0,45023712	0,001393858	0,001877079	0,001640056
21	0,870399754	0,871320025	0,870868618	0,867635911	0,002763843	0,003684114	0,003232708
22	1,226381518	1,227650989	1,227028275	1,22229587	0,004085648	0,005355119	0,004732406
23	1,495245589	1,496743275	1,496008577	1,489911381	0,005334207	0,006831893	0,006097196
24	1,660378147	1,66196169	1,661184814	1,653894568	0,006483579	0,008067122	0,007290246
25	1,714269559	1,715789059	1,715043509	1,706762441	0,007507117	0,009026618	0,008281067
26	1,659036361	1,660348924	1,659704771	1,650658397	0,008377964	0,009690527	0,009046374
27	1,506032071	1,507015651	1,506532747	1,496962198	0,009069873	0,010053452	0,009570549
28	1,274589392	1,275154579	1,274876777	1,265031066	0,009558326	0,010123514	0,009845711
29	0,990020545	0,99011915	0,990070092	0,980198673	0,009821871	0,009920477	0,009871419
30	0,681074106	0,680703702	0,680884596	0,671230536	0,009843569	0,009473165	0,00965406
31	0,37709891	0,376302889	0,376692479	0,367486473	0,009612437	0,008816416	0,009206006
32	0,105193168	0,104056321	0,104613052	0,096068429	0,009124739	0,007987893	0,008544624
33	-0,112382668	-0,113742621	-0,113076448	-0,120767672	0,008385005	0,007025051	0,007691224
34	-0,260277666	-0,26172176	-0,261014262	-0,26768431	0,007406645	0,005962551	0,006670049
35	-0,331406637	-0,332788406	-0,332111379	-0,337618732	0,006212095	0,004830327	0,005507353
36	-0,327461675	-0,328641614	-0,328063443	-0,332294099	0,004832424	0,003652485	0,004230655
37	-0,258533408	-0,259392737	-0,25897165	-0,261839815	0,003306407	0,002447078	0,002868165
38	-0,141884309	-0,142336679	-0,142115005	-0,14356341	0,001679101	0,00122673	0,001448404
39	0,438312429	0,439242156	0,438785936	0,435559221	0,002753208	0,003682935	0,003226715
40	0,844953136	0,84672382	0,845854924	0,839494439	0,005458697	0,007229381	0,006360485

Aproximación numérica de la distribución de temperatura en una barra metálica utilizando un esquema de diferencias finitas

41	1,191074047	1,193516781	1,192318063	1,18300609	0,008067957	0,010510691	0,009311973
42	1,45320479	1,456086957	1,454672526	1,442673679	0,010531111	0,013413277	0,011998846
43	1,615293808	1,618341689	1,616845815	1,602497074	0,012796734	0,015844615	0,014348741
44	1,67004302	1,672968383	1,67153246	1,655230801	0,01481222	0,017737582	0,01630166
45	1,61941123	1,621939292	1,620698121	1,602886471	0,016524759	0,019052821	0,01781165
46	1,474242189	1,476138233	1,475206967	1,456359231	0,017882958	0,019779001	0,018847735
47	1,253058167	1,254150199	1,253613227	1,234219166	0,018839001	0,019931033	0,019394061
48	0,980140679	0,980335932	0,980238788	0,960789439	0,01935124	0,019546493	0,019449349
49	0,683088875	0,682382541	0,682727616	0,663701888	0,019386987	0,018680653	0,019025728
50	0,39009617	0,388571519	0,389318007	0,371170882	0,018925288	0,017400637	0,018147124
51	0,12721225	0,12503213	0,126100189	0,109252847	0,017959403	0,015779283	0,016847342
52	-0,084142088	-0,086751525	-0,085472785	-0,100640832	0,016498744	0,013889307	0,015168047
53	-0,229165567	-0,231937319	-0,230578828	-0,243735619	0,014570052	0,0117983	0,013156791
54	-0,300980318	-0,303632951	-0,302332719	-0,313197954	0,012217636	0,009565003	0,010865234
55	-0,301124933	-0,303390381	-0,302279869	-0,310627534	0,009502601	0,007237153	0,008347665
56	-0,239192883	-0,240842894	-0,240034036	-0,24569391	0,006501027	0,004851016	0,005659874
57	-0,131656863	-0,132525502	-0,132099675	-0,134958057	0,003301193	0,002432555	0,002858382
58	0,425476364	0,426818012	0,426159395	0,421397919	0,004078445	0,005420093	0,004761477
59	0,820425387	0,822980676	0,82172626	0,812339998	0,008085388	0,010640678	0,009386262
60	1,157034114	1,16055948	1,158828789	1,145085857	0,011948257	0,015473623	0,013742932
61	1,412659406	1,416819406	1,414777054	1,397066765	0,015592642	0,019752642	0,017710289
62	1,571790624	1,576190535	1,574030228	1,552848525	0,018942099	0,02334201	0,021181703
63	1,627333709	1,63155786	1,629483589	1,605414973	0,021918736	0,026142886	0,024068616
64	1,581096726	1,584748813	1,582955073	1,55665205	0,024444676	0,028096764	0,026303023
65	1,443434478	1,44617594	1,444828895	1,416990049	0,026444429	0,02918589	0,027838846
66	1,232091383	1,23367407	1,232895527	1,204243337	0,027848046	0,029430733	0,02865219
67	0,970359409	0,97064938	0,970505107	0,941764534	0,028594875	0,028884846	0,028740573
68	0,684733966	0,68372408	0,68421763	0,656096362	0,028637604	0,027627718	0,028121269
69	0,402298801	0,400108896	0,401181517	0,374352544	0,027946257	0,025756352	0,026828974
70	0,148096403	0,144961047	0,146497691	0,121584638	0,026511765	0,023376409	0,024913054
71	-0,057259204	-0,061014172	-0,05917334	-0,081607948	0,024348745	0,020593776	0,022434609
72	-0,199495187	-0,203485018	-0,201528743	-0,220992349	0,021497162	0,017507331	0,019463606
73	-0,271933506	-0,275752625	-0,273879875	-0,289956157	0,018022651	0,014203532	0,016076281
74	-0,275966208	-0,279228286	-0,277628592	-0,289981555	0,014015346	0,010753268	0,012352962
75	-0,22071029	-0,223086368	-0,221921118	-0,230297507	0,009587217	0,007211139	0,00837639
76	-0,121881054	-0,123131979	-0,122518501	-0,126749057	0,004868003	0,003617078	0,004230556
77	0,413104098	0,414825102	0,413979921	0,407734124	0,005369974	0,007090978	0,006245796
78	0,796780956	0,800058886	0,798449072	0,786136191	0,010644765	0,013922695	0,012312882
79	1,124212764	1,128735421	1,126514243	1,108484858	0,015727906	0,020250563	0,018029385
80	1,373551831	1,378889237	1,376267784	1,353031078	0,020520753	0,025858159	0,023236706
81	1,529807935	1,535454112	1,532680789	1,504885617	0,024922318	0,030568495	0,027795171
82	1,586083801	1,591505892	1,588842304	1,557253715	0,028830085	0,034252177	0,031588588

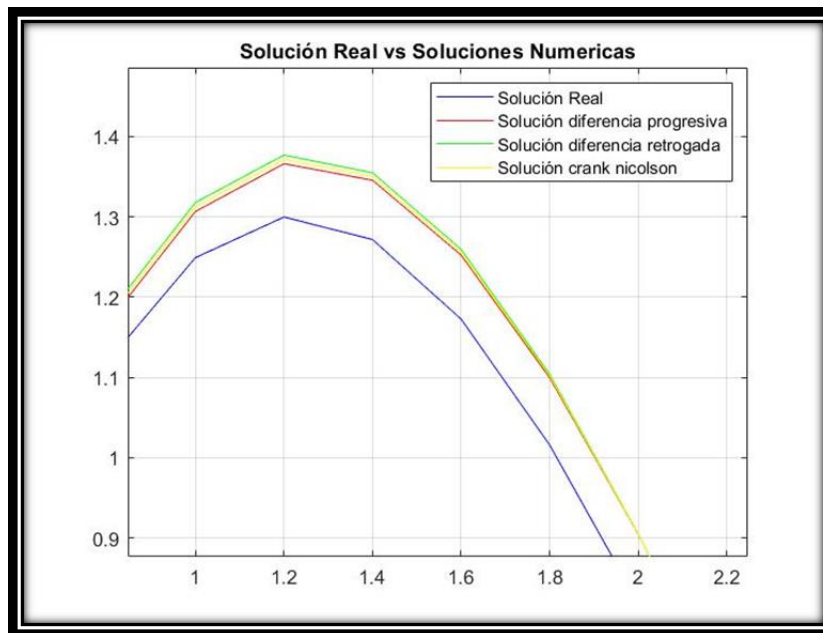
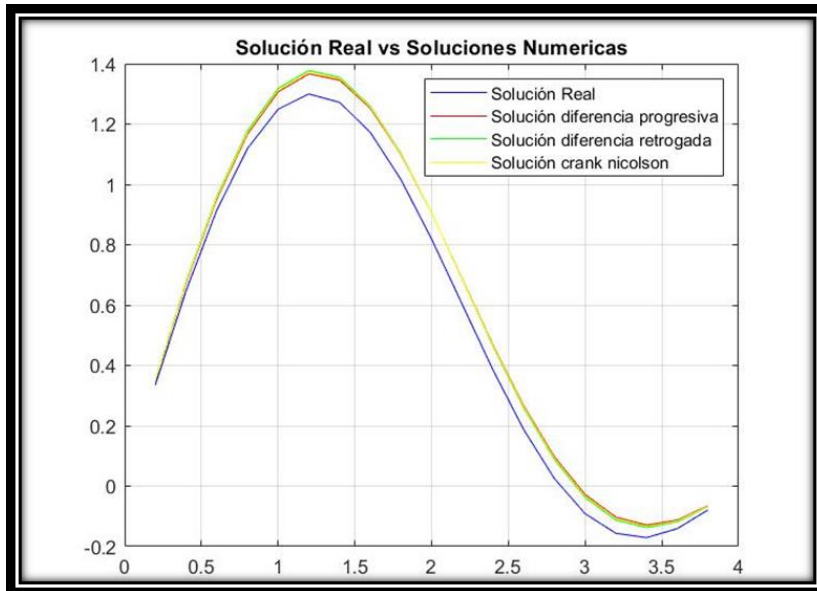
83	1,544043461	1,548733403	1,546428992	1,511901494	0,032141967	0,036831909	0,034527498
84	1,413572755	1,417096451	1,415364356	1,378813369	0,034759387	0,038283083	0,036550987
85	1,211669539	1,213708737	1,212705237	1,175078165	0,036591375	0,038630573	0,037627072
86	0,960675751	0,961058539	0,960868081	0,923116346	0,037559404	0,037942193	0,037751734
87	0,686026937	0,68474389	0,685371164	0,64842434	0,037602597	0,03631955	0,036946824
88	0,41374111	0,410945521	0,412315344	0,377058265	0,036682846	0,033887257	0,035257079
89	0,167893262	0,163885454	0,165850466	0,13310388	0,034789381	0,030781573	0,032746586
90	-0,031677784	-0,036480511	-0,03412509	-0,063620091	0,031942307	0,027139581	0,029495001
91	-0,171207259	-0,176312092	-0,173808117	-0,199401961	0,028194701	0,023089869	0,025593843
92	-0,244209754	-0,249097165	-0,24669961	-0,267842729	0,023632975	0,018745563	0,021143119
93	-0,251937436	-0,256112528	-0,254064283	-0,270312756	0,01837532	0,014200227	0,016248473
94	-0,203050689	-0,206092044	-0,20459994	-0,215618913	0,012568224	0,009526869	0,011018973
95	-0,112538504	-0,114139745	-0,113354152	-0,118919701	0,006381196	0,004779955	0,005565549
96	0,401177687	0,403247396	0,402230558	0,394549474	0,006628213	0,008697922	0,007681084
97	0,773985696	0,777927946	0,775991104	0,760848002	0,013137694	0,017079944	0,015143102
98	1,092562968	1,098002589	1,095329998	1,073154685	0,019408283	0,024847904	0,022175313
99	1,335826727	1,342247008	1,33909244	1,310509308	0,025317419	0,0317377	0,028583132
100	1,489287471	1,49608035	1,492742445	1,458547427	0,030740043	0,037532923	0,034195018
101	1,546237744	1,55276283	1,549556114	1,510688066	0,035549678	0,042074763	0,038868047
102	1,508203984	1,513850634	1,511075032	1,468583136	0,039620848	0,045267498	0,042491896
103	1,38462225	1,388868655	1,386780475	1,341789385	0,042832865	0,04707927	0,04499109
104	1,19177388	1,194237382	1,193024605	1,146699084	0,045074795	0,047538297	0,046325521
105	0,95108873	0,951562464	0,95132675	0,904837418	0,046251312	0,046725046	0,046489331
106	0,68698462	0,68545692	0,686204072	0,640695651	0,046288968	0,044761269	0,04550842
107	0,424456019	0,421110709	0,422750533	0,37931366	0,045142359	0,041797049	0,043436873
108	0,186648544	0,181846093	0,184201649	0,14384895	0,042799594	0,037997144	0,040352699
109	-0,007343852	-0,01310242	-0,010277099	-0,046630369	0,039286517	0,033527949	0,036353271
110	-0,144244889	-0,150367808	-0,147363254	-0,178914079	0,034669189	0,028546271	0,031550825
111	-0,217754869	-0,223618242	-0,220740773	-0,246809128	0,029054259	0,023190886	0,026068355
112	-0,228992472	-0,234001952	-0,231543385	-0,251579501	0,022587029	0,01757755	0,020036116
113	-0,186180534	-0,189830001	-0,188038838	-0,201627723	0,015447188	0,011797722	0,013588885
114	-0,103611573	-0,105533066	-0,104589976	-0,111453959	0,007842386	0,005920893	0,006863983
115	0,38967989	0,392069468	0,39089501	0,381826301	0,007853588	0,010243167	0,009068708
116	0,752006806	0,756558505	0,754321343	0,736441743	0,015565063	0,020116762	0,017879599
117	1,062039551	1,068320561	1,065233343	1,03904876	0,022990791	0,029271801	0,026184583
118	1,299430936	1,306845148	1,303200759	1,269446306	0,02998463	0,037398842	0,033754453
119	1,45017325	1,458019148	1,454162265	1,413775316	0,036397934	0,044243832	0,040386948
120	1,507742165	1,515280895	1,511574548	1,465661259	0,042080906	0,049619635	0,045913289
121	1,473532696	1,480059674	1,476850067	1,426647203	0,046885492	0,05341247	0,050202864
122	1,356549539	1,361462601	1,359045632	1,305879717	0,050669823	0,055582885	0,053165916
123	1,172386363	1,175243801	1,173836545	1,119082352	0,053304011	0,056161449	0,054754193
124	0,941597383	0,942160218	0,941880163	0,886920437	0,054676946	0,055239782	0,054959726
125	0,68762315	0,685877524	0,686731565	0,632919597	0,054703553	0,052957927	0,053811968

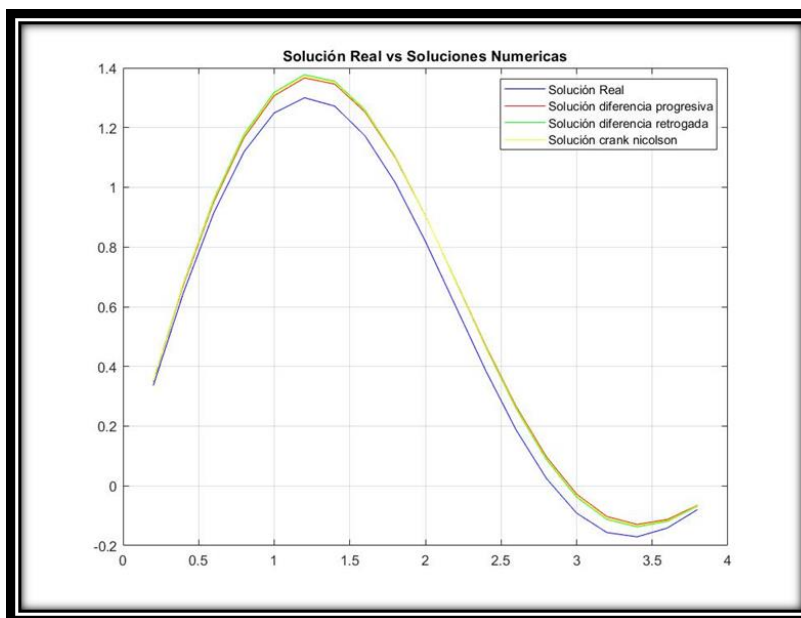
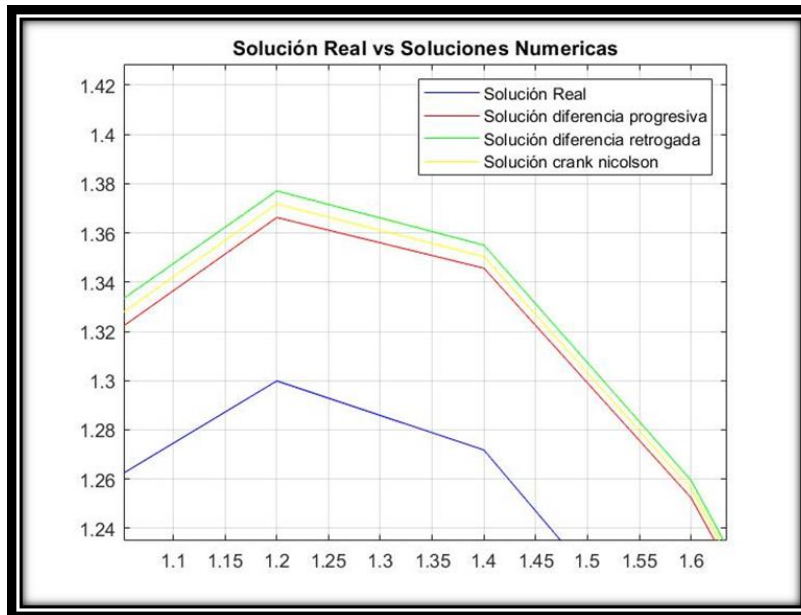
Aproximación numérica de la distribución de temperatura en una barra metálica utilizando un esquema de diferencias finitas

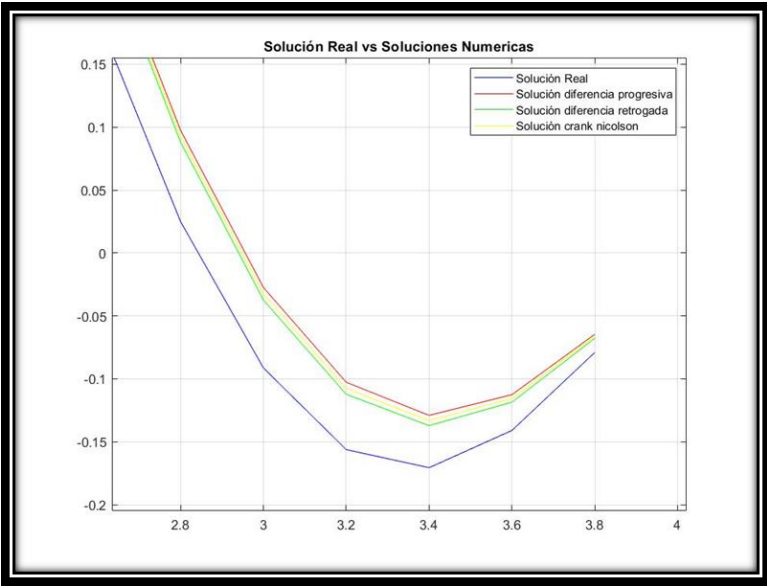
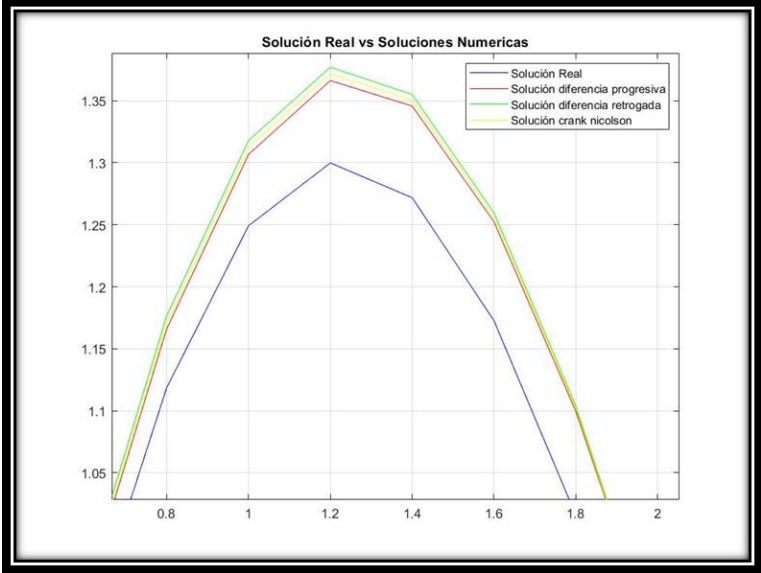
126	0,434475114	0,430632629	0,432516901	0,381143205	0,053331909	0,049489424	0,051373696
127	0,204406127	0,198882129	0,201592673	0,153856588	0,050549539	0,045025541	0,047736085
128	0,015794404	0,009166361	0,012419569	-0,030593847	0,046388251	0,039760209	0,043013416
129	-0,118553461	-0,125603389	-0,122142564	-0,159480406	0,040926945	0,033877017	0,037337842
130	-0,192516825	-0,199269385	-0,195954221	-0,226808801	0,034291975	0,027539416	0,03085458
131	-0,207087018	-0,212856984	-0,210024052	-0,233741856	0,026654837	0,020884871	0,023717804
132	-0,17006762	-0,174271467	-0,172207389	-0,188294768	0,018227148	0,014023301	0,016087379
133	-0,095083324	-0,097296809	-0,096209971	-0,104336453	0,009253129	0,007039645	0,008126482
134	0,378594147	0,381276479	0,379957608	0,369547611	0,009046536	0,011728869	0,010409997
135	0,730812777	0,735922327	0,733409976	0,712885006	0,01792777	0,023037321	0,02052497
136	1,032599117	1,039650445	1,036183218	1,006122271	0,026476846	0,033528174	0,030060947
137	1,26431339	1,272637887	1,26854442	1,229789002	0,034524388	0,042848885	0,038755418
138	1,412411494	1,421222296	1,416889355	1,370512845	0,041898649	0,050709451	0,04637651
139	1,470545787	1,479014111	1,474849077	1,422118639	0,048427148	0,056895472	0,052730438
140	1,439985784	1,447321226	1,443712626	1,386045751	0,053940033	0,061275475	0,057666875
141	1,329322503	1,334849456	1,332129409	1,271047352	0,058275151	0,063802104	0,061082057
142	1,153489637	1,156712384	1,155124606	1,092205013	0,061284623	0,064507371	0,062919593
143	0,932200754	0,932850875	0,93252738	0,869358235	0,062842518	0,063492639	0,063169144
144	0,687957995	0,686019481	0,686968234	0,625104973	0,062853022	0,060914508	0,061863262
145	0,4438287	0,43953835	0,441643073	0,382570278	0,061258422	0,056968072	0,059072796
146	0,221208123	0,215031206	0,218063333	0,163161969	0,058046154	0,051869237	0,054901364
147	0,037786717	0,030370311	0,034011919	-0,015467466	0,053254183	0,045837776	0,049479385
148	-0,094080545	-0,101971937	-0,098096487	-0,141054638	0,046974093	0,039082701	0,04295815
149	-0,16844568	-0,176005914	-0,172292738	-0,207797102	0,039351423	0,031791189	0,035504365
150	-0,186178544	-0,192639575	-0,189466075	-0,216761511	0,030582967	0,024121936	0,027295436
151	-0,154681026	-0,15938878	-0,15707636	-0,175592068	0,020911042	0,016203289	0,018515708
152	-0,086937495	-0,089416424	-0,088198764	-0,09755243	0,010614935	0,008136005	0,009353666
153	0,367904552	0,370854152	0,369403289	0,357697051	0,010207502	0,013157101	0,011706238
154	0,71037334	0,715992242	0,713228341	0,690146607	0,020226732	0,025845635	0,023081734
155	1,004199978	1,011954821	1,008140144	0,974332096	0,029867882	0,037622725	0,033808048
156	1,230425033	1,239581185	1,235076965	1,191486325	0,038938707	0,04809486	0,04359064
157	1,375950535	1,385643406	1,380874785	1,328705689	0,047244846	0,056937718	0,052169096
158	1,434599343	1,443918237	1,439333036	1,38000758	0,054591762	0,063910656	0,059325455
159	1,407521148	1,415597468	1,411622823	1,346732587	0,060788561	0,068864881	0,064890236
160	1,302910265	1,309001463	1,306002545	1,237256598	0,065653667	0,071744865	0,068745947
161	1,135067007	1,138628091	1,13687295	1,066044878	0,069022129	0,072583214	0,070828073
162	0,922897898	0,923633515	0,923267469	0,852143789	0,070754109	0,071489726	0,07112368
163	0,68800398	0,685896017	0,686928078	0,617260092	0,070743888	0,068635925	0,069667986
164	0,452545855	0,447853884	0,45015654	0,383617208	0,068928647	0,064236676	0,066539331
165	0,237094949	0,230329509	0,233651854	0,171798764	0,065296185	0,058530745	0,06185309
166	0,058680825	0,050552184	0,05454511	-0,001209967	0,059890791	0,051762151	0,055755076
167	-0,070775811	-0,079428362	-0,075177408	-0,123592385	0,052816575	0,044164023	0,048414977

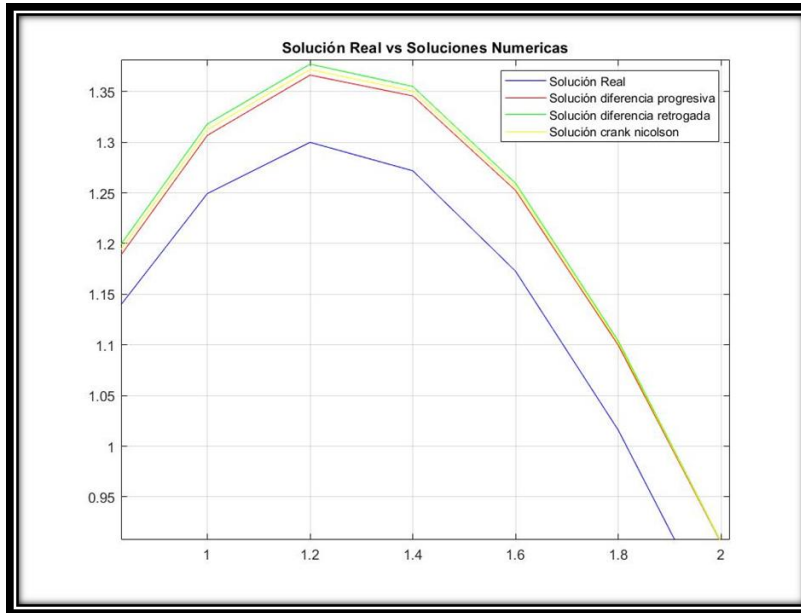
168	-0,145493485	-0,153784867	-0,149710961	-0,189731222	0,044237736	0,035946354	0,040020261
169	-0,166226222	-0,173313138	-0,169830825	-0,200601727	0,034375505	0,027288589	0,030770902
170	-0,13999107	-0,145155337	-0,142617665	-0,163492783	0,023501712	0,018337446	0,020875118
171	-0,079158474	-0,081877922	-0,080541584	-0,091087735	0,011929261	0,009209813	0,010546152
172	0,357595825	0,360788749	0,359217572	0,34625889	0,011336935	0,014529859	0,012958682
173	0,690659419	0,696742112	0,693748883	0,668196546	0,022462874	0,028545567	0,025552337
174	0,976802088	0,985197684	0,981066169	0,943636745	0,033165343	0,041560939	0,037429424
175	1,197718736	1,207632667	1,202753728	1,154489128	0,043229608	0,053143539	0,0482646
176	1,340740737	1,351237843	1,346071506	1,288301557	0,05243918	0,062936287	0,057769949
177	1,399855497	1,409950695	1,404981554	1,339277412	0,060578085	0,070673283	0,065704142
178	1,376098333	1,384851999	1,380542302	1,308663212	0,067435121	0,076188786	0,07187909
179	1,277283149	1,283891898	1,280636894	1,204473033	0,072810116	0,079418865	0,076163861
180	1,117102416	1,12097643	1,119066331	1,04058049	0,076521926	0,080395939	0,07848584
181	0,91368788	0,914507231	0,914099508	0,835270211	0,078417668	0,07923702	0,078829297
182	0,687775316	0,68551983	0,686624522	0,609392808	0,078382508	0,076127022	0,077231714
183	0,460654475	0,455604225	0,458083694	0,384305322	0,076349153	0,071298903	0,073778371
184	0,252105391	0,244811821	0,248394949	0,179799203	0,072306188	0,065012617	0,068595745
185	0,078522547	0,069753088	0,074062519	0,01221818	0,066304368	0,057534908	0,061844339
186	-0,048590945	-0,057929314	-0,053339584	-0,107051095	0,05846015	0,049121782	0,053711511
187	-0,123614214	-0,13256494	-0,128165308	-0,172570104	0,04895589	0,040005164	0,044404796
188	-0,147190854	-0,154842494	-0,151081184	-0,185227264	0,03803641	0,03038477	0,034146079
189	-0,125969254	-0,13154556	-0,128804318	-0,151971165	0,026001911	0,020425605	0,023166847
190	-0,071731276	-0,07466785	-0,073224237	-0,084928793	0,013197517	0,010260942	0,011704556
191	0,347653286	0,351067054	0,349386535	0,335217993	0,012435293	0,015849061	0,014168542
192	0,671643084	0,678146787	0,674945109	0,647005954	0,024637131	0,031140833	0,027939155
193	0,950366977	0,959344393	0,954924804	0,913996293	0,036370685	0,045348101	0,040928512
194	1,166149225	1,176751562	1,171531763	1,11875011	0,047399115	0,058001452	0,052781653
195	1,306734413	1,317962656	1,312434282	1,249250114	0,0574843	0,068712542	0,063184169
196	1,366268771	1,377070516	1,371751486	1,299879341	0,06638943	0,077191175	0,071872145
197	1,345678463	1,355049784	1,350434176	1,271794751	0,073883712	0,083255032	0,078639425
198	1,252412629	1,259495034	1,256005377	1,172663455	0,079749174	0,086831579	0,083341921
199	1,099580415	1,103743434	1,101690066	1,015791105	0,083789311	0,087952329	0,085898961
200	0,904569773	0,905471123	0,905022584	0,818730753	0,085839019	0,08674037	0,086291831
201	0,68728562	0,684903107	0,686070443	0,601510533	0,085775087	0,083392574	0,08455991
202	0,468181325	0,46281339	0,465449876	0,38465498	0,083526344	0,078158409	0,080794895
203	0,266276675	0,258511572	0,262327878	0,187194134	0,079082541	0,071317439	0,075133744
204	0,097355866	0,088012537	0,092605816	0,024854845	0,072501021	0,063157692	0,067750971
205	-0,027479573	-0,037433113	-0,032539069	-0,091389979	0,063910406	0,053956865	0,058850909
206	-0,102763681	-0,112306417	-0,107613907	-0,156274386	0,053510705	0,043967969	0,048660479
207	-0,129034811	-0,137193818	-0,133181494	-0,170604325	0,041569514	0,033410507	0,037422831
208	-0,11258822	-0,118534857	-0,115610391	-0,141002521	0,028414301	0,022467664	0,025392129
209	-0,064641509	-0,067773273	-0,066233087	-0,079062579	0,014421069	0,011289306	0,012829491

Una vez realizados los tres métodos y comparados con la solución real se observa mediante la tabla que el error más bajo son los valores por el método de diferencia finitas progresivas “VDFP”. También se puede sacar el error relativo, que simplemente es un valor en porcentaje.









Como se observa en las gráficas realizadas con el comando plot de Matlab, el cual sirve para gráficas en dos dimensiones con la finalidad de tener un mejor efecto visual al momento de comparar las curvas de cada método y ver cual se aproxima más a la función real con el menor error posible.

Es evidente que el método de diferencias finitas progresivas en nuestro caso, genera la mejor aproximación con el error más bajo a la solución real, esto se puede comprobar en la tabla general, en la cual también se llega al mismo resultado.

Conclusiones

Se tiene como conclusión que el mejor método para nuestro ejercicio propuesto es el de diferencia finitas progresivas el cual se obtiene un error bajo en comparación a los demás métodos.

Se debe tomar en cuenta que los extremos de la barra tienen temperatura 0°C por lo cual facilita un poco los cálculos y se elimina la última columna en la cual se hace 0 por la condición de contorno que nos dan.

Se tomó en consideración hacer un gráfico en 2D para un mejor efecto visual al momento de comparar los 3 métodos y sacar a simple vista cual se acerca más a la curva de la solución real.

Recomendaciones

Se recomienda que en caso de que los contornos tomen unos valores distintos de cero, se recomienda ajustar el código de matlab y las ecuaciones a la forma principal.

Se recomienda que en caso de querer graficar en 3D utilizar el comando surf.

Se recomienda siempre hacer graficas en 2D para poder sobremontar y visualizar de formar más rápida cual es la más próxima a la solución real.

Se recomienda que para mejorar el código de la programación en la parte de las matrices realizarlo con dos for para optimizar recursos y memoria. En el ejercicio propuesto se lo inserto de forma manual para observa la forma de la matriz de cada uno de los métodos.

Referencias

1. Ezquerro Fernandez, J. A. (2012). Iniciacion a los Metodos Numericos. Logroño: Iberus.
2. Mañas-Mañas, J. F., & Pinta, M. (2017). Métodos numericos para el Análisis Matemtico con MATLAB. MACHALA: EDITORIAL UTMACH.
3. Ramírez, J., Vanegas, C., & Villegas, A. (2015). www.assembla.com. Obtenido de subversion.assembla.com › metnum_epf › resources

© 2021 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).