



*Análisis estadístico para validar la simulación por elemento finito en el diseño a deformación de una viga en voladizo*

*Statistical analysis to validate the finite element simulation in the deformation design of a cantilever beam*

*Análise estatística para validar a simulação de elementos finitos no projeto de deformação de uma viga cantilever*

Edwin Rodolfo Pozo-Safla <sup>I</sup>

[saquino@epoch.edu.ec](mailto:saquino@epoch.edu.ec)

<https://orcid.org/0000-0002-8931-3577>

Sócrates Miguel Aquino-Aroba <sup>II</sup>

[edwin.pozo@epoch.edu.ec](mailto:edwin.pozo@epoch.edu.ec)

<https://orcid.org/0000-0002-6393-9408>

Marco Antonio Ordoñez-Viñan <sup>III</sup>

[marco.ordonez@epoch.edu.ec](mailto:marco.ordonez@epoch.edu.ec)

<https://orcid.org/0000-0002-9255-3168>

**Correspondencia:** [saquino@epoch.edu.ec](mailto:saquino@epoch.edu.ec)

Ciencias técnicas y aplicadas

Artículo de investigación

\***Recibido:** 10 de abril de 2021 \***Aceptado:** 03 de mayo de 2021 \* **Publicado:** 01 de junio de 2021

- I. Magister en Diseño Produccion y Automatizacion Industrial, Formación de Formadores, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Riobamba, Ecuador.
- II. Magister en Diseño Produccion y Automatizacion Industrial, Ingeniero Mecanico, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Riobamba, Ecuador.
- III. Magister en Eficiencia Energetica, Ingeniero Mecanico, Formación de Formadores, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Riobamba, Ecuador.

## Resumen

En el presente trabajo se desarrolló el análisis de una viga en voladizo aplicando el método de elemento finito por medio de un software CAE, de la simulación CAE se generaron varios datos a distintas dimensiones de malla con lo cual se generan las deformaciones de la viga en voladizo con una carga aplicada en el extremo, con los datos de la deformación se pudo analizar que la calidad de la malla sea la adecuada al verificarse el valor de "p". Luego de verificada la calidad de la malla y por ende que la solución por elemento finito es adecuada se realizó un diseño de experimento con la finalidad de obtener un modelo matemático que controle el diseño de la viga para un rango de valores de altura, ancho, longitud y fuerza. Concluyéndose que el análisis estadístico es de gran ayuda a la simulación por elemento finito para lograr resultados confiables y dando la capacidad de poder predecir el comportamiento de la viga para datos distintos además de dar una gran cantidad de resultados estadísticos que ayudan a definir que la variable más influyente para que se produzca una mayor deformación es la longitud de la viga.

**Palabras claves:** Resistencia; viga; CAE; elemento finito; CAD.

## Abstract

In the present work, the analysis of a cantilever beam was developed by applying the finite element method by means of a CAE software, from the CAE simulation several data were generated at different mesh dimensions with which the deformations of the beam were generated in cantilever with a load applied at the end, with the deformation data it was possible to analyze that the quality of the mesh is adequate by verifying the value of "p". After verifying the quality of the mesh and therefore that the finite element solution is adequate, an experiment design was carried out in order to obtain a mathematical model that controls the design of the beam for a range of values of height, width, length and strength. Concluding that the statistical analysis is of great help to the simulation by finite element to achieve reliable results and giving the ability to predict the behavior of the beam for different data in addition to giving a large number of statistical results that help define that the variable The most influential for greater deformation to occur is the length of the beam.

**Keywords:** Resistance; beam; FALLS OFF; finite element; CAD.

## Resúmo

No presente trabalho, a análise de uma viga cantilever foi desenvolvida aplicando-se o método dos elementos finitos por meio de um software CAE, a partir da simulação CAE vários dados foram gerados em diferentes dimensões de malha com os quais as deformações da viga foram geradas em cantilever com uma carga aplicada no final, com os dados de deformação foi possível analisar que a qualidade da malha está adequada verificando o valor de "p". Após verificar a qualidade da malha e, portanto, se a solução dos elementos finitos é adequada, foi realizado um planejamento de experimento com o objetivo de obter um modelo matemático que controle o dimensionamento da viga para uma faixa de valores de altura, largura, comprimento e força. Concluindo que a análise estatística é de grande ajuda à simulação por elemento finito para obtenção de resultados confiáveis e dando a capacidade de prever o comportamento da viga para diferentes dados além de fornecer um grande número de resultados estatísticos que ajudam a definir que a variável mais influente para que ocorra uma maior deformação é o comprimento da viga.

**Palavras-chave:** Resistance; feixe; CAI; elemento finito; cafajeste.

## Introducción

### Flexión en una viga en voladizo

Una viga es un cuerpo sólido de forma alargada y sección transversal, de gran interés en ingeniería, que normalmente se utilizan en posición horizontal y siendo su longitud grande comparada con las dimensiones de su sección transversal. Las vigas pueden estar sometidas a cargas concentradas, cargas distribuidas o a pares (momentos concentrados) que actúen solos o en una combinación cualquiera, siendo la flexión la principal deformación que sufren [1].

Puede definirse una viga como un sólido homogéneo e isótropo engendrado por una sección transversal, que generalmente admite un plano de simetría y cuyo centro de gravedad describe una curva o línea, denominada directriz, siendo el plano que contiene a la sección transversal normal a dicha directriz [2], para las que se pueden obtener las reacciones de los apoyos a partir de las ecuaciones de la Estática, es decir, imponiendo las condiciones de que la suma de fuerzas sea nula y la suma de momentos respecto a un punto también lo sea, para el análisis que vamos a considerar en este trabajo basta con el estudio de la viga flexionada que hace Feynman [11], al y suficiente

para comprender el comportamiento de estos elementos constructivos cuando se someten a acciones externas.

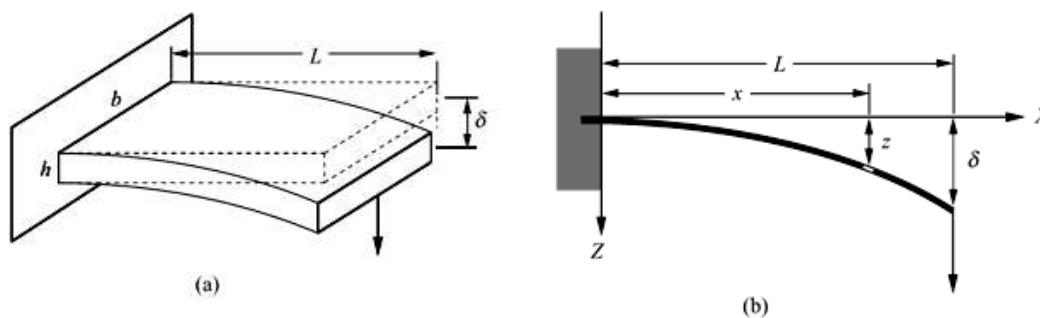
Muchos problemas en Mecánica de Sólidos pueden resolverse utilizando el análisis lineal [6], la solución analítica suele ser complicada, por lo que es necesario recurrir a técnicas de solución mediante métodos numéricos o mediante el método de elementos finitos.

Para obtener la ecuación de la curva elástica  $z = z(x)$  es necesario conocer el momento flector  $M$ . Como ejemplo consideremos una viga empotrada en un extremo y libre en el otro, también conocida como viga en voladizo o ménsula, sobre la que se aplica una fuerza concentrada  $F$  en el extremo libre y una fuerza  $P$  uniformemente distribuida a lo largo de la longitud de la viga (que puede ser, por ejemplo, el peso de la propia viga). La Figura 1 muestra una viga en voladizo de longitud  $L$ , sección rectangular constante, peso  $P$  uniformemente repartido a lo largo de su longitud y que soporta una carga concentrada  $F$  en el extremo libre. El momento flector es una función de la coordenada  $x$  ya que es el momento con respecto al eje neutro de cualquier sección. Para la viga en voladizo considerada, el momento flector  $MF$  debido a la carga puntual  $F$  aplicada en el extremo de la viga respecto a la sección situada a una distancia  $x$  del empotramiento puede calcularse fácilmente mediante la ecuación [7, 11], en base a ese valor se puede establecer el valor de la deformación en el eje  $Y$ .

$$MF(x)=F(L-x)$$

**Figura 1:** (a) Flexión de una viga en voladizo de sección rectangular con carga en la extrema.

(b) Elástica de la viga en voladizo

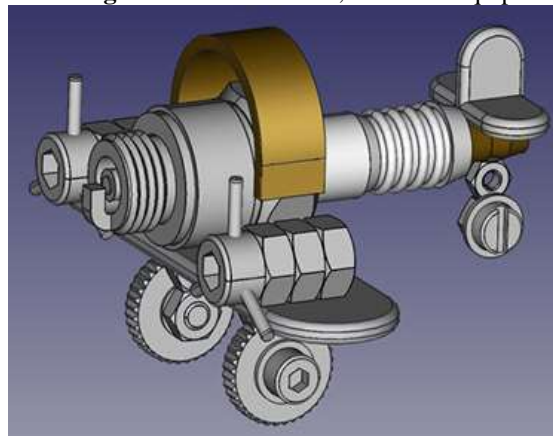


### Modelado CAD

Dentro de la concepción de diseño moderno es de gran importancia el uso de herramientas CAD, que por medio del uso del ordenador se pueden crear elementos virtuales de forma bidimensional

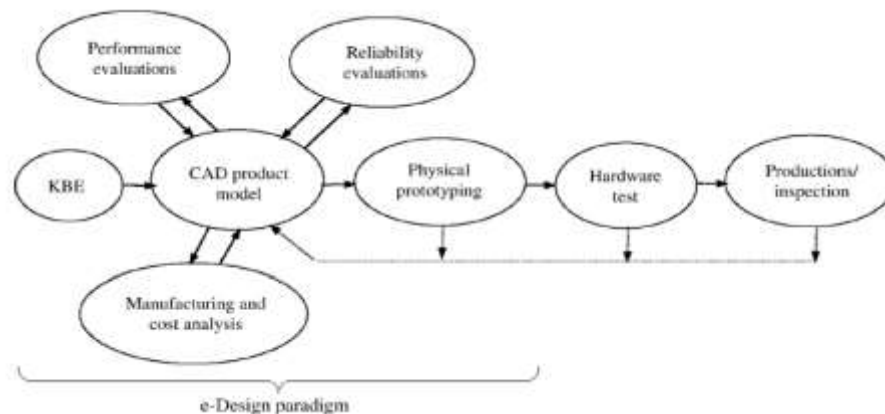
o tridimensional, en la Figura 2 se indica el concepto de diseño de un prototipo, donde se realiza primero la forma del modelo sólido con la utilización de herramientas CAD que es el dibujo asistido por computadora. El prototipo inicial casi siempre se establece en función de la experiencia del diseñador, el modelo virtual se respalda del diseño conceptual tomada del estado del arte. Además, con un sistema integrado de la herramienta CAD puede generar directamente un modelo sólido del diseño conceptual que sirva exclusivamente para las simulaciones de diseño y fabricación.

Figura 2: Modelo CAD, 3D de un equipo



Hay que considerar, un análisis unidireccional que rige los cambios de modelos CAD a modelos de simulación debe ser establecido para actualizaciones rápidas de modelos de simulación. El análisis mantiene la coherencia entre los modelos de simulación y CAD, que es lo que hoy se conoce como el paradigma de diseño moderno que se observa en la Figura 3.

Figura 3: El paradigma del diseño



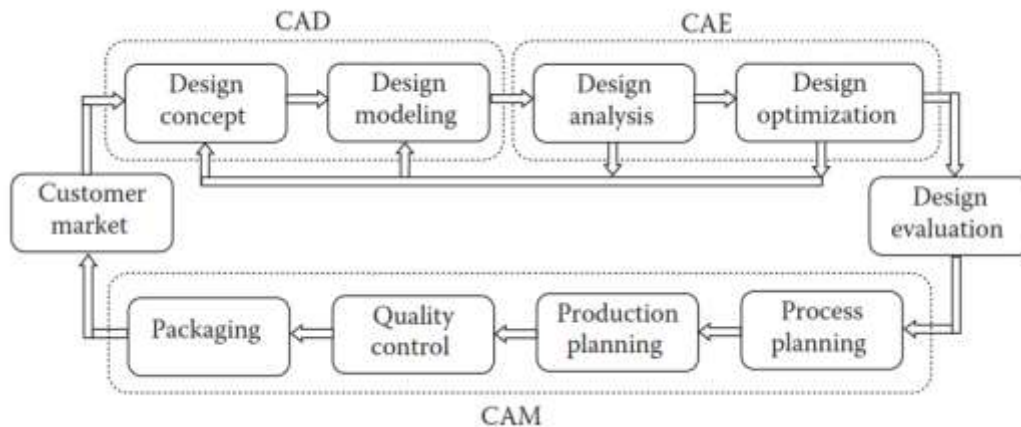
### **Simulación con software CAE**

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física. [14]

El análisis de elementos finitos (FEA), se basa en la idea de construir un objeto complicado con bloques simples, o dividir un objeto complicado en piezas más pequeñas y manejables. La aplicación de esta simple idea se puede encontrar en cualquier lugar de la vida cotidiana. El FEA se puede aplicar para resolver los modelos matemáticos de muchos problemas de ingeniería, desde el análisis de tensión de estructuras de armazones y armazones o máquinas complicadas, hasta respuestas dinámicas bajo diferentes mecanismos. El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano.

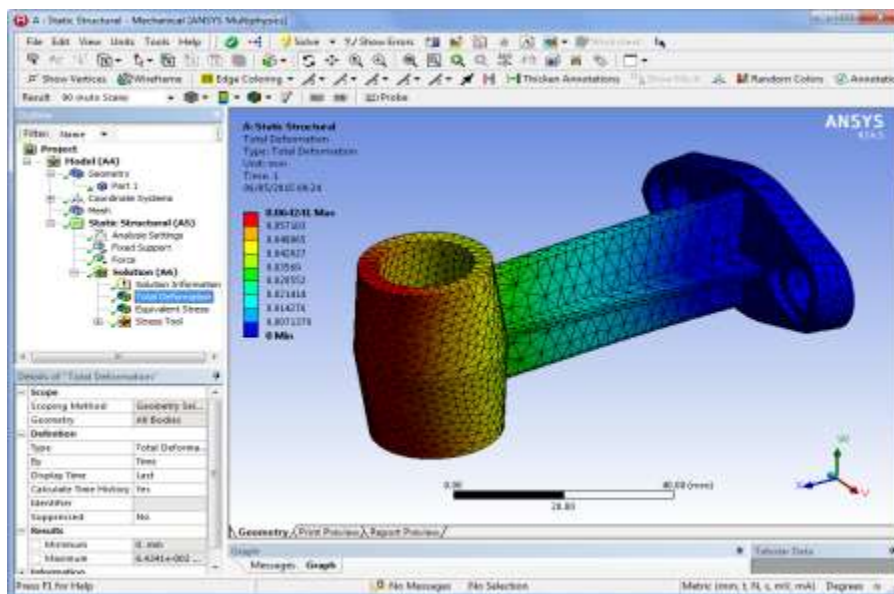
La ingeniería asistida por computadora (CAE, del inglés Computer Aided Engineering) es la disciplina que se encarga del conjunto de programas informáticos que permiten analizar y simular los diseños de ingeniería realizados con el ordenador y basados en métodos como elemento finito, volúmenes finitos, etc. Se usan para valorar sus características, propiedades, viabilidad, y rentabilidad. Su finalidad es optimizar su desarrollo y consecuentes costos de fabricación, y reducir al máximo las pruebas para la obtención del producto deseado. En la concepción moderna del diseño de un producto se establece el obtener un modelo virtual por medio de un software CAD luego se analiza sus condiciones de carga a las que trabaja mediante una simulación con software CAE para finalmente llegar a su manufactura. Un esbozo del proceso de desarrollo de productos asistido por ordenador se muestra en la figura. [15]

Figura 4: Desarrollo de productos asistidos por computador



En las últimas décadas, muchos programas comerciales han estado disponibles para realizar la FEA. Entre una amplia gama de soluciones de simulación de elementos finitos provistas por las principales compañías de CAE, ANSYS® Workbench es una plataforma fácil de usar diseñada para integrar a la perfección la tecnología. Ofrece conexión bidireccional a los principales sistemas CAD. El entorno Workbench está orientado a mejorar la productividad y la facilidad de uso entre los equipos de ingeniería. Ha mejorado como una herramienta indispensable para el desarrollo de productos en un número creciente de empresas y centros de investigación, encontrando aplicaciones en diversos campos de la ingeniería.

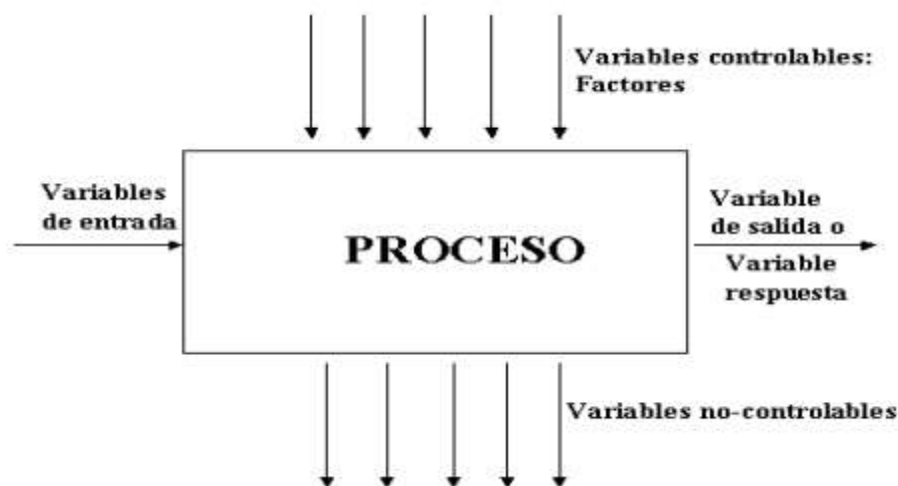
Figura 5: Entorno de trabajo de ANSYS Workbench



## Diseño Estadístico de Experimentos

Una prueba o serie de pruebas en las cuales se introducen cambios deliberados en las variables de entrada que forman el proceso, de manera que sea posible observar e identificar las causas de los cambios en la variable de salida.

**Figura 6:** Variables que forman el proceso



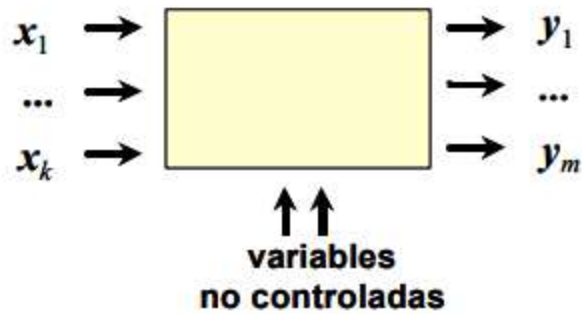
El Diseño Estadístico de Experimentos (DEE), también denominado diseño experimental, como una metodología basada en útiles matemáticos y estadísticos cuyo objetivo es ayudar al experimentador a:

1. Seleccionar la estrategia experimental óptima que permita obtener la información buscada con el mínimo coste.
2. Evaluar los resultados experimentales obtenidos, garantizando la máxima fiabilidad en las conclusiones que se obtengan.

Las situaciones en las que se puede aplicar el DEE son muy numerosas. De forma general, se aplica a sistemas como el mostrado en la Figura 7, en los cuales se observan una o más variables experimentales dependientes o respuestas ( $y$ ) cuyo valor depende de los valores de una o más variables independientes ( $x$ ) controlables llamadas factores. Las respuestas además pueden estar influidas por otras variables que no son controladas por el experimentador. La relación entre  $x$  e  $y$  no tiene porqué ser conocida.



**Figura 7:** Representación de un sistema en estudio en DDE: factores (x), respuestas (y)



La experimentación en sistemas como el descrito en la Figura 7 suele perseguir uno de los siguientes objetivos:

- Obtener un conocimiento inicial sobre un nuevo sistema en estudio. ¿En qué valores de los factores se puede centrar la investigación?
- Determinar la influencia de los factores sobre las respuestas observadas. De entre todos los factores que afectan al proceso, ¿cuáles influyen más?, ¿cómo interactúan entre ellos?
- Optimizar respuestas. ¿Qué valores de los factores proporcionan las respuestas de mayor calidad?
  - Determinar la robustez del sistema. ¿Como afectan a la respuesta variaciones no controladas en el valor de los factores?

## **Materiales y Métodos**

### ***Aplicación del diseño de experimentos***

La aplicación del diseño de experimentos requiere considerar las siguientes etapas que se comentarán a continuación:

1. Comprender el problema y definir claramente el objetivo.
2. Identificar los factores que potencialmente podrían influir en la función objetivo, y los valores que éstos pueden tomar. Entre estos valores se buscará la información necesaria.
3. Establecer una estrategia experimental, llamada plan de experimentación.
4. Efectuar los experimentos con los valores de los factores decididos en el punto 3 para obtener los valores de las respuestas estudiadas.

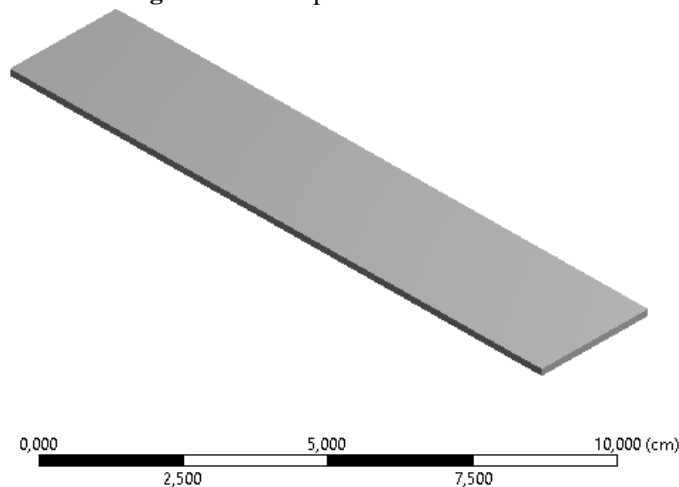
5. Responder las preguntas planteadas, sea directamente, sea utilizando un modelo matemático. Si es necesario, volver a la etapa 1.

El experimento factorial permite observar el efecto que tiene cada variable independiente sobre la variable dependiente, así como el efecto que tienen las interacciones entre estas variables. Se deben definir los factores y niveles del experimento. Un factor es cualquier influencia que pueda afectar a la variable de respuesta y que sea controlada por el experimentador. Los niveles son las categorías o intensidades que tiene cada factor previamente establecido.

### ***Definición del CAD de la viga***

El elemento CAD para realizar la simulación de la viga se obtuvo por medio de la aplicación de un software, por lo tanto, es importante tener la geometría totalmente definida, en la figura 6 se muestra la viga para el análisis, la que contiene el material adecuado, restricciones y condiciones de carga a las que está sometida para encontrar valores de deformación estructural.

**Figura 8:** Férula para el análisis.



Simulación por medio de elemento finito de la viga.

El proceso de simulación aplicando el método de elemento debe seguir el proceso mostrado en la Figura 9.

**Figura 9:** Secuencia de simulación en software CEA.



### **Pre proceso**

#### *Definición de propiedades mecánicas del material*

La figura 10 muestra las consideraciones de las propiedades mecánicas del PVC, con las que se realiza la simulación en el software; utilizando el método de elemento finito. [5]

**Figura 10:** Propiedades mecánicas del PVC.

Outline of Schematic A2: Engineering Data					
	A	B	C	D	E
1	Contents of Engineering Data			Source	Description
2	Material				
3	material_nuevo				

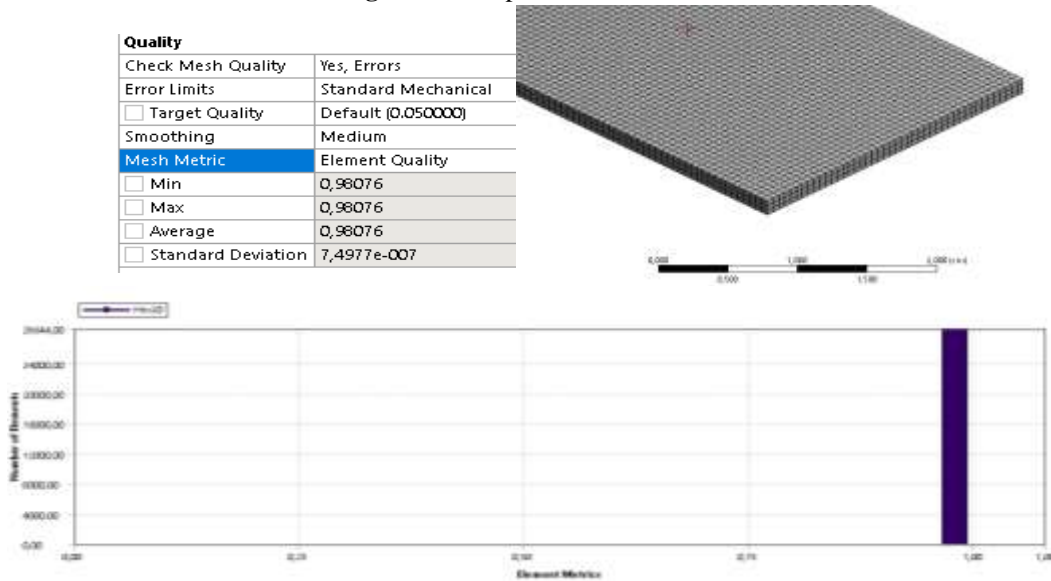
  

Properties of Outline Row 3: material_nuevo					
	A	B	C	D	E
1	Property		Value	Unit	
2	Material Field Variables		Table		
3	Isotropic Elasticity				
4	Derive from		Young's Modulus an...		
5	Young's Modulus		2,942E+09	Pa	
6	Poisson's Ratio		0,2		
7	Bulk Modulus		1,6344E+09	Pa	
8	Shear Modulus		1,2258E+09	Pa	

### **Definición de calidad de la Malla**

Según la aplicación del método de elemento finito se establece la discretización del medio físico o continuo para conseguir un número finito de puntos de análisis. Con el objetivo de observar la influencia de la discretización se generan varios modelos con distintos tipos de mallado que permitan construir un modelo de malla con buena calidad y así obtener buenos resultados como se observa en la Figura 11. [14]

**Figura 11:** Propiedades del mallado.

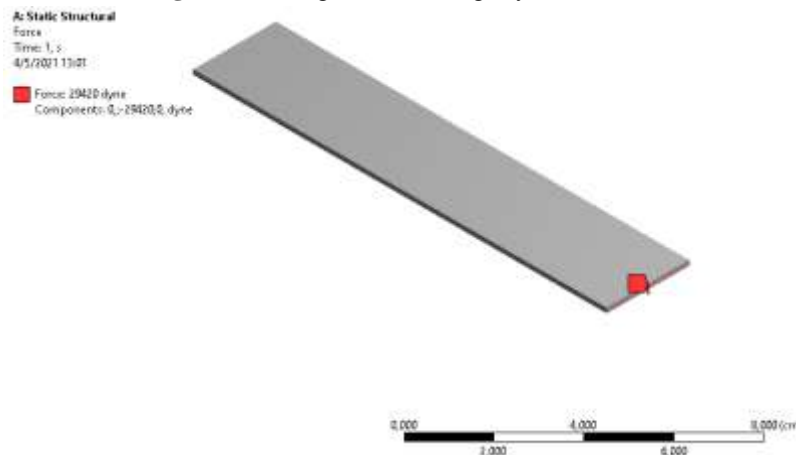


### Definición del modelo de férula para simulación

Los diagramas de cuerpo libre (DCL) se grafican para ayudar a identificar las fuerzas y los momentos que actúan sobre partes individuales de un sistema y para aplicar el uso correcto de las ecuaciones de la mecánica y para analizar el problema. Para este objetivo, los elementos que constituyen un sistema están aisladas de su entorno y los efectos del entorno son reemplazados por fuerzas y momentos apropiados. [14]

En la Figura 12 se muestra la generación del modelo físico de acuerdo a las cargas de reacción y condiciones de frontera como son las restricciones de movimientos.

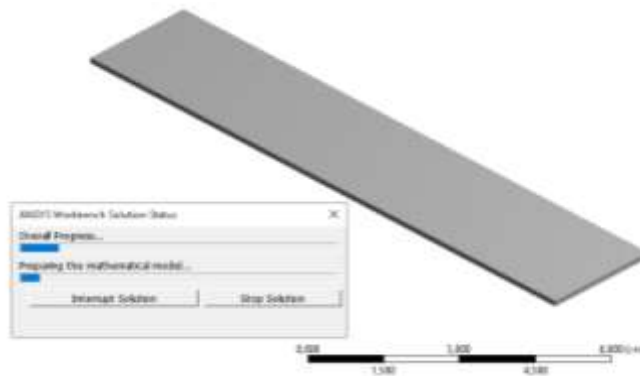
**Figura 12:** Asignación de cargas y restricciones.



### Proceso de simulación

El ordenador genera el proceso de cálculo en base a las ecuaciones de energía de distorsión que son parte de resolución del software Ansys Mechanical: en el proceso se muestra gráficas en las que se puede analizar la convergencia de la solución en función al cambio de malla vs deformación o esfuerzo de Vonn Misses. Uno de los factores importantes es el número de iteraciones que permitirá conducir a una mayor confiabilidad de los resultados.

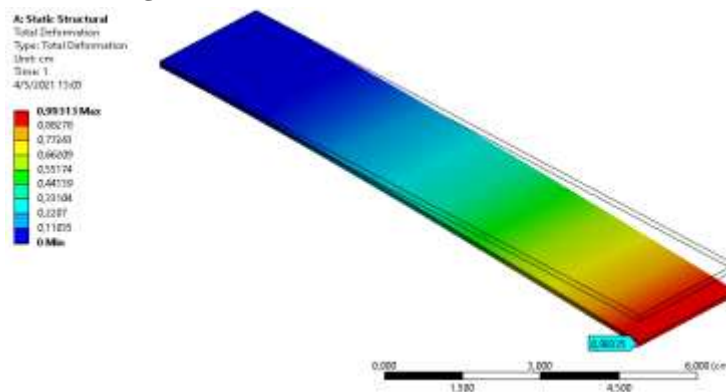
Figura 13: Resolución matemática



### Post proceso

Ansys Mechanical genera como resultado de su simulación las deformaciones en las diferentes direcciones del modelo lo que permite observar el comportamiento de la viga, permitiendo analizar el funcionamiento de la viga sin necesidad de la construcción. Sin embargo, estos resultados deben ser validados de ser posible con un modelo físico y ensayos en laboratorio de resistencia de materiales, etc.

Figura 13: Resultados de la simulación



## Discusión y Resultados

### Validación estadística de la simulación por elemento finito

Para la validación estadística del análisis por elemento finito se establece un análisis del tamaño de malla en función de la deformación para el valor de la fuerza aplicada.

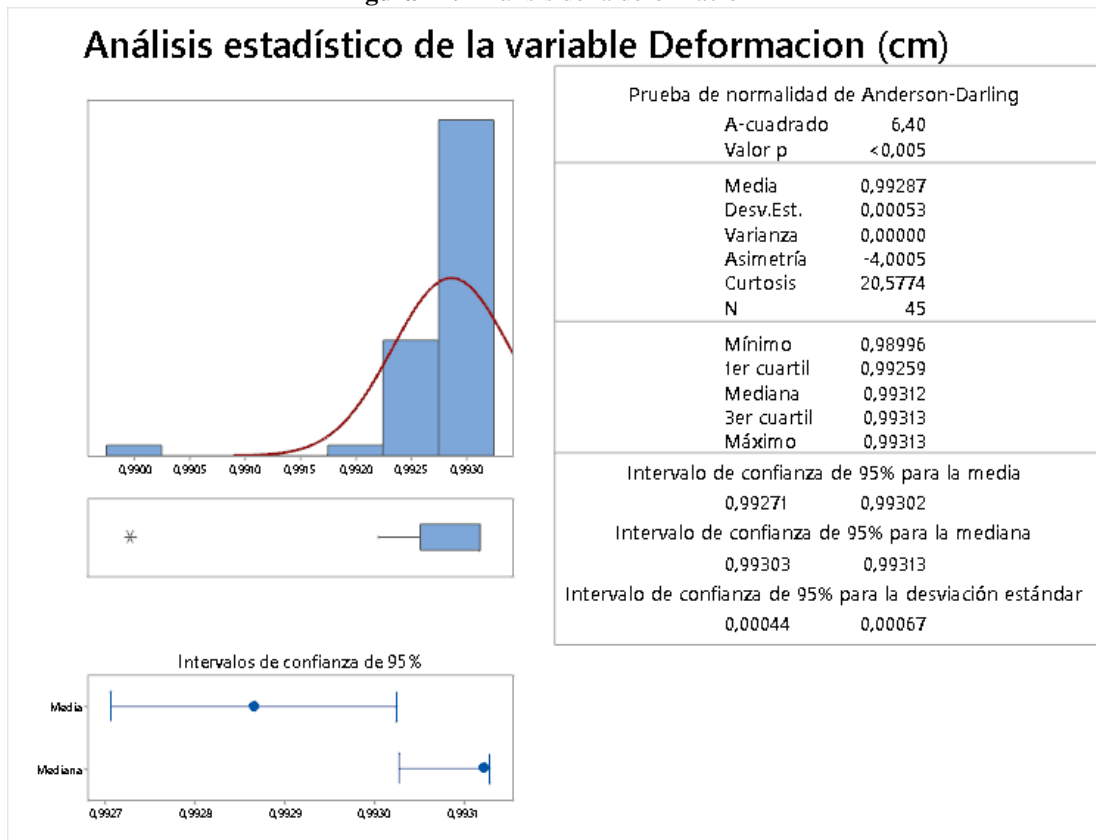
**Tabla 1:** Variación de la malla en función de la deformación.

Nombre	Tamaño de malla (mm)	Deformación (cm)
DP 0	0,6	0,993128676
DP 1	0,65	0,993125529
DP 2	0,7	0,993122667
DP 3	0,75	0,99308471
DP 4	0,8	0,993078701
DP 5	0,85	0,993128676
DP 6	0,9	0,993066875
DP 7	0,95	0,993128676
DP 8	1	0,993128676
DP 9	1,05	0,993048564
DP 10	1,1	0,993043319
DP 11	1,15	0,993128676
DP 12	1,2	0,993031207
DP 13	1,25	0,993024245
DP 14	1,3	0,993018046
DP 15	1,35	0,993013372
DP 16	1,4	0,993128676
DP 17	1,45	0,993128676
DP 18	1,5	0,992627892
DP 19	1,55	0,992605671
DP 20	1,6	0,993128676
DP 21	1,65	0,992564948
DP 22	1,7	0,993128676
DP 23	1,75	0,992528326
DP 24	1,8	0,99250868
DP 25	1,85	0,992487889
DP 26	1,9	0,992465573
DP 27	1,95	0,992442303
DP 28	2	0,992417125
DP 29	2,05	0,992404155
DP 30	2,1	0,992376975

DP 31	2,5	0,992208077
DP 32	3	0,993128676
DP 33	3,5	0,993128676
DP 34	4	0,993128676
DP 35	4,5	0,993128676
DP 36	5	0,993128676
DP 37	6	0,993128676
DP 38	7	0,993128676
DP 39	8	0,989956992
DP 40	9	0,993128676
DP 41	10	0,993128676
DP 42	0,5	0,993128676
DP 43	0,4	0,993128676
DP 44	0,3	0,993128676

En base a los datos de la tabla 1 se realiza el análisis estadístico que se muestra en la Figura 12.

Figura 14: Análisis de la deformación



En la tabla 2 y 3 se muestra el análisis de la hipótesis

**Tabla 2:** Estadísticas descriptivas  
Estadísticas descriptivas

N	Media	Desv.Est.	Error estándar de la media	IC de 95% para $\mu$
45	0,992866	0,000530	0,000079	(0,992711; 0,993020)

$\mu$ : media de Deformación (cm)  
Desviación estándar conocida = 0,00053

**Tabla 3:** Prueba de la hipótesis  
Prueba

Hipótesis nula	$H_0: \mu = 1$
Hipótesis alterna	$H_1: \mu \neq 1$
<b>Valor Z</b>	<b>Valor p</b>
-90,30	0,000

Con la finalidad de generar un mejor análisis de la hipótesis debido a las variaciones decimales de la deformación se establece 0,9928 cm, con lo que se obtiene los siguientes resultados.

En la tabla 4 y 5 se muestra el análisis de la hipótesis

**Tabla 4:** Estadísticas descriptivas  
Estadísticas descriptivas

N	Media	Error estándar de la media	IC de 95% para $\mu$
45	0,992866	0,000079	(0,992711; 0,993021)

$\mu$ : media de Muestra  
Desviación estándar conocida = 0,00053

**Tabla 5:** Prueba de la hipótesis  
Prueba

Hipótesis nula	$H_0: \mu = 0,9928$
Hipótesis alterna	$H_1: \mu \neq 0,9928$
<b>Valor Z</b>	<b>Valor p</b>
0,84	0,404



En base a los resultados de la tabla 4 y 5 se determina que la simulación por elemento finito cumple con la hipótesis, garantizándose los resultados de simulación.

*Diseño de experimento para una viga en voladizo*

Se genera un diseño experimental donde las variables que poseen condiciones de un rango de inicio y fin son:

Altura

Ancho

Longitud

Fuerza

Mientras que la deformación es medida por medio de un proceso de simulación

**Tabla 6:** Resumen de diseño.

Resumen del diseño

Factores:	4	Diseño de la base:	4; 16
Corridas:	32	Réplicas:	2
Bloques:	1	Puntos centrales (total):	0

**Tabla 7:** Diseño factorial completo del experimento

ALTURA (cm)	ANCHO (cm)	LONGITUD (cm)	FUERZA (dyna)	DEFORMACION (cm)	RESII
0,13	2,2	10	27000	0,75625	-1,7764E-15
0,17	2,2	10	27000	0,33668	-6,6613E-16
0,13	3	10	27000	0,55037	-1,4433E-15
0,17	3	10	27000	0,24619	-3,6082E-16
0,13	2,2	16	27000	3,0923	4,4409E-16
0,17	2,2	16	27000	1,3831	2,2204E-16
0,13	3	16	27000	2,2629	4,4409E-16
0,17	3	16	27000	1,0121	0
0,13	2,2	10	31000	0,86415	-9,992E-16
0,17	2,2	10	31000	0,38656	-4,996E-16

0,13	3	10	31000	0,63191	-1,2212E-15
0,17	3	10	31000	0,28266	-2,2204E-16
0,13	2,2	16	31000	3,5504	-4,4409E-16
0,17	2,2	16	31000	1,588	0
0,13	3	16	31000	2,5982	8,8818E-16
0,17	3	16	31000	0,99313	0
0,13	2,2	10	27000	0,75625	-1,7764E-15
0,17	2,2	10	27000	0,33668	-6,6613E-16
0,13	3	10	27000	0,55037	-1,4433E-15
0,17	3	10	27000	0,24619	-3,6082E-16
0,13	2,2	16	27000	3,0923	4,4409E-16
0,17	2,2	16	27000	1,3831	2,2204E-16
0,13	3	16	27000	2,2629	4,4409E-16
0,17	3	16	27000	1,0121	0
0,13	2,2	10	31000	0,86415	-9,992E-16
0,17	2,2	10	31000	0,38656	-4,996E-16
0,13	3	10	31000	0,63191	-1,2212E-15
0,17	3	10	31000	0,28266	-2,2204E-16
0,13	2,2	16	31000	3,5504	-4,4409E-16
0,17	2,2	16	31000	1,588	0
0,13	3	16	31000	2,5982	8,8818E-16
0,17	3	16	31000	0,99313	0

**Tabla 8:** Coeficientes codificados  
Coeficientes codificados

Término	Efecto	Coef	EE del coef.	Valor T	Valor p	FIV
Constante		1,283	0,000	*	*	
ALTURA	-1,0098	-0,5049	0,0000	*	*	1,00
ANCHO	-0,4225	-0,2112	0,0000	*	*	1,00
LONGITUD	1,5532	0,7766	0,0000	*	*	1,00
FUERZA	0,15689	0,07844	0,00000	*	*	1,00
ALTURA*ANCHO	0,13243	0,06622	0,00000	*	*	1,00

Análisis estadístico para validar la simulación por elemento finito en el diseño a deformación de una viga en voladizo

ALTURA*LONGITUD	-0,6221	-0,3111	0,0000	*	*	1,00
ALTURA*FUERZA	-0,08882	-0,04441	0,00000	*	*	1,00
ANCHO*LONGITUD	-0,2644	-0,1322	0,0000	*	*	1,00
ANCHO*FUERZA	-0,04831	-0,02415	0,00000	*	*	1,00
LONGITUD*FUERZA	0,08794	0,04397	0,00000	*	*	1,00
ALTURA*ANCHO*LONGITUD	0,07150	0,03575	0,00000	*	*	1,00
ALTURA*ANCHO*FUERZA	-	-	0,000000	*	*	1,00
	0,011015	0,005507				
ALTURA*LONGITUD*FUERZA	-0,06305	-0,03152	0,00000	*	*	1,00
ANCHO*LONGITUD*FUERZA	-0,03836	-0,01918	0,00000	*	*	1,00
ALTURA*ANCHO*LONGITUD*FUERZA	-	-	0,000000	*	*	1,00
	0,014252	0,007126				

**Tabla 9:** Resumen del modelo

Resumen del modelo

S	R-cuad.	R-cuad. (ajustado)	R-cuad. (pred)
0	100,00%	100,00%	100,00%

**Tabla 10:** Análisis de varianza

Análisis de varianza

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	15	33,1068	2,2071	*	*
Lineal	4	29,0805	7,2701	*	*
ALTURA	1	8,1569	8,1569	*	*
ANCHO	1	1,4280	1,4280	*	*
LONGITUD	1	19,2987	19,2987	*	*
FUERZA	1	0,1969	0,1969	*	*
Interacciones de 2 términos	6	3,9393	0,6565	*	*
ALTURA*ANCHO	1	0,1403	0,1403	*	*
ALTURA*LONGITUD	1	3,0962	3,0962	*	*
ALTURA*FUERZA	1	0,0631	0,0631	*	*
ANCHO*LONGITUD	1	0,5591	0,5591	*	*
ANCHO*FUERZA	1	0,0187	0,0187	*	*
LONGITUD*FUERZA	1	0,0619	0,0619	*	*
Interacciones de 3 términos	4	0,0854	0,0214	*	*
ALTURA*ANCHO*LONGITUD	1	0,0409	0,0409	*	*
ALTURA*ANCHO*FUERZA	1	0,0010	0,0010	*	*
ALTURA*LONGITUD*FUERZA	1	0,0318	0,0318	*	*
ANCHO*LONGITUD*FUERZA	1	0,0118	0,0118	*	*
Interacciones de 4 términos	1	0,0016	0,0016	*	*
ALTURA*ANCHO*LONGITUD*FUERZA	1	0,0016	0,0016	*	*
Error	16	0,0000	0,0000		
Total	31	33,1068			

En base a el análisis estadístico se establece la ecuación que gobierna la deformación en función de los parámetros de altura, ancho, longitud y fuerza, lográndose una función multivariable.

$$\begin{aligned}
 \text{DEFORMACION (cm)} = & -15,81 + 123,7 \text{ ALTURA} + 7,328 \text{ ANCHO} + 1,625 \text{ LONGITUD} \\
 & + 0,000025 \text{ FUERZA} \\
 & - 57,08 \text{ ALTURA*ANCHO} - 12,63 \text{ ALTURA*LONGITUD} \\
 & - 0,001818 \text{ ALTURA*FUERZA} \\
 & - 0,7476 \text{ ANCHO*LONGITUD} - 0,000164 \text{ ANCHO*FUERZA} \\
 & + 0,000010 \text{ LONGITUD*FUERZA} \\
 & + 5,795 \text{ ALTURA*ANCHO*LONGITUD} \\
 & + 0,001586 \text{ ALTURA*ANCHO*FUERZA} \\
 & + 0,000123 \text{ ALTURA*LONGITUD*FUERZA} \\
 & + 0,000014 \text{ ANCHO*LONGITUD*FUERZA} \\
 & - 0,000148 \text{ ALTURA*ANCHO*LONGITUD*FUERZA}
 \end{aligned}$$

De acuerdo con el diagrama de Pareto se puede analizar que el factor mas influyente en la deformación de la viga longitud.

**Figura 15:** Diagrama de Pareto de la deformación

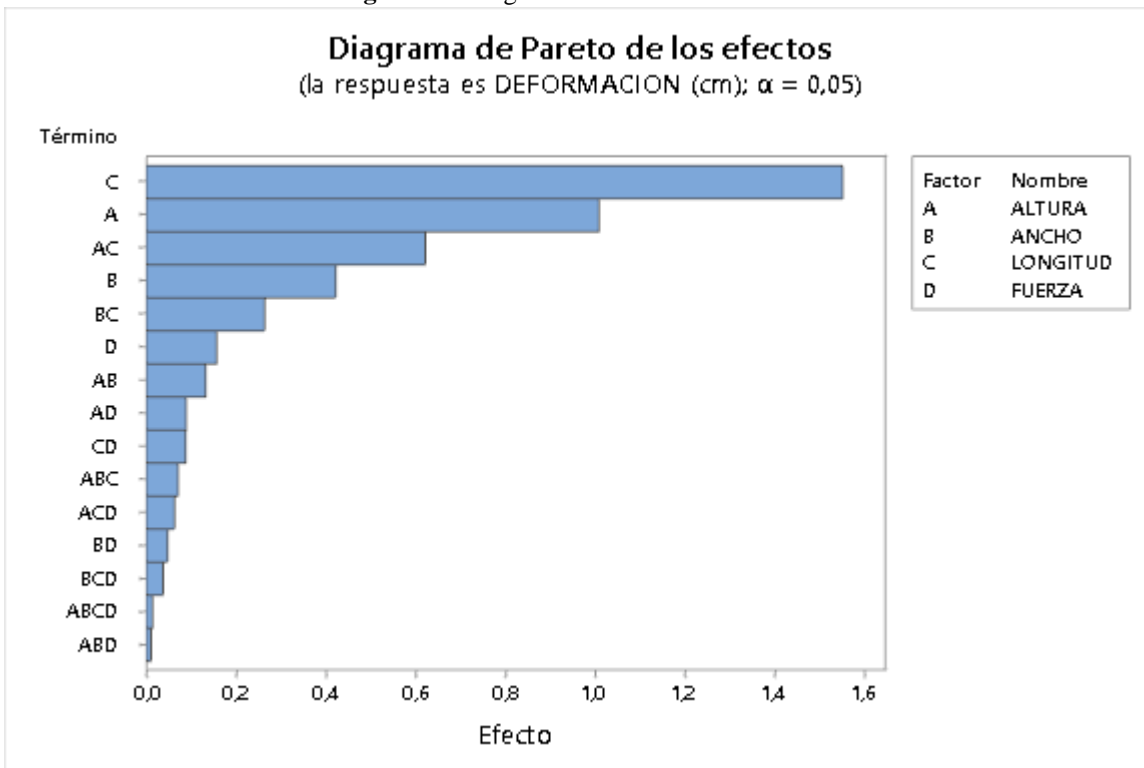
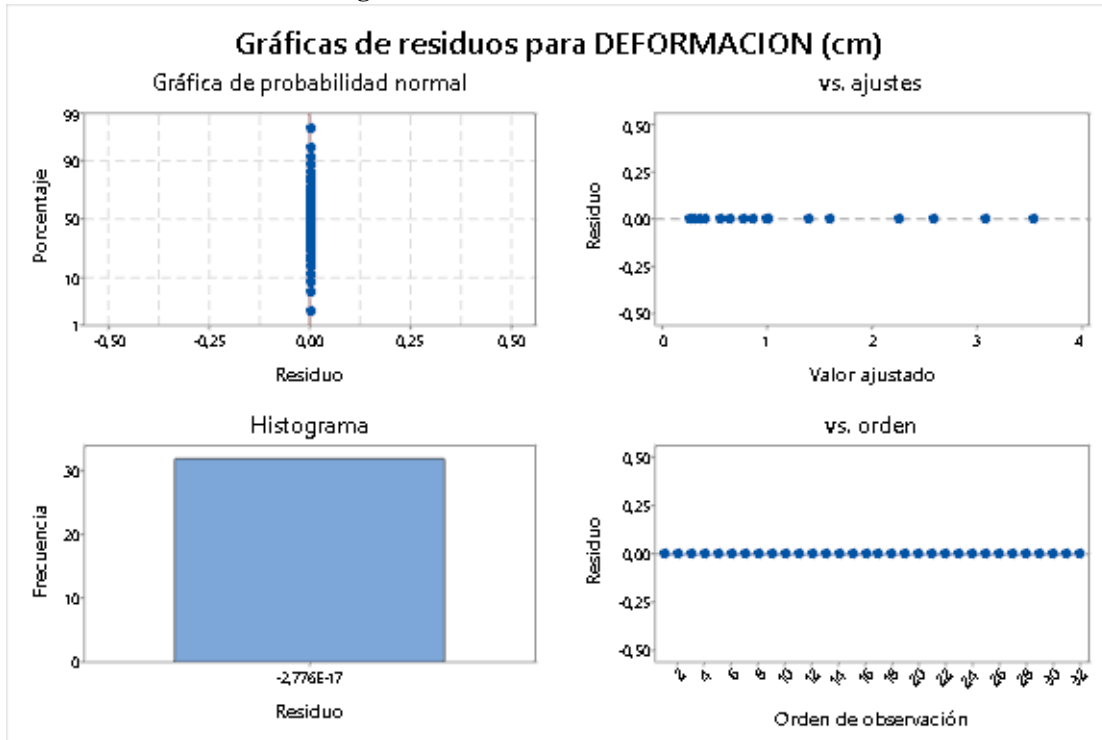


Figura 16: Graficas de residuos de la deformación



En base a la modelación estadística se puede predecir el comportamiento de la viga dado el parámetro de deformación lo que permite diseñar la viga para un rango de necesidades lo que se observa en la tabla

Tabla 11: Parámetros para predecir el comportamiento de viga  
Parámetros

Respuesta	Meta	Inferior	Objetivo	Superior	Ponderación	Importancia
DEFORMACION (cm)	Objetivo	2,3	2,5	2,7	1	1

Con la ecuación de optimización se puede generar respuestas para cualquier valor objetivo de deformación, se genera tres modelos de los cuales el primero muestra ser el más adecuado tanto en forma constructiva como en resultados de deformación.

Tabla 12: Soluciones del objetivo establecido  
Soluciones

Solución	ALTURA	ANCHO	LONGITUD	FUERZA	DEFORMACION (cm) Ajuste	Deseabilidad compuesta
1	0,130000	2,96801	16,0000	29397,8	2,5	1
2	0,151411	2,20000	16,0000	31000,0	2,5	1
3	0,136004	2,25810	14,7613	28773,6	2,5	1

En base a las soluciones de la tabla 12 se verifican los resultados por medio de simulación en el software ANSYS lo que se muestra en la tabla 13, obteniéndose que el primer modelo es el que menos error de cálculo posee.

**Tabla 13:** Simulación en ANSYS para los resultados de la tabla 12

DP 18	0,13	2,968	16	-29398	2,4907
DP 19	0,15141	2,2	16	-31000	2,2474
DP 20	0,136	2,2581	14,761	-28774	2,2005

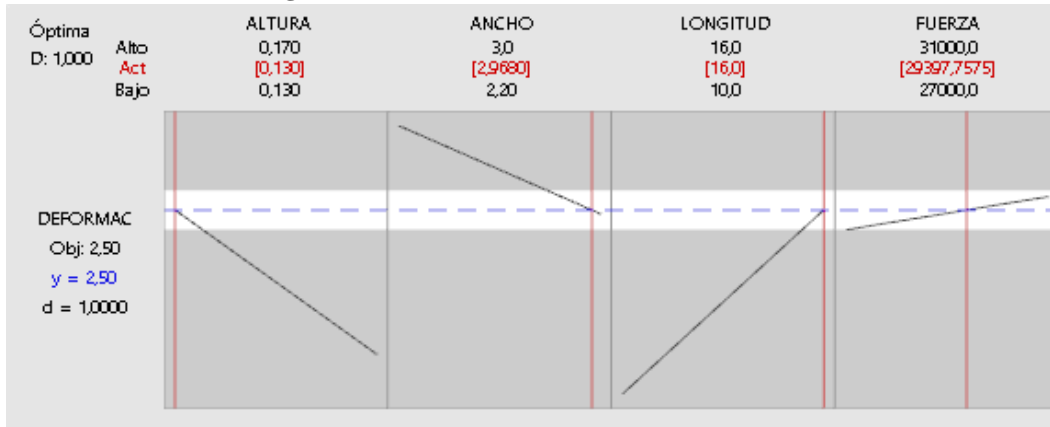
*Análisis multivariable*

**Tabla 14:** Predicción de respuesta múltiple  
Predicción de respuesta múltiple

Variable	Valor de configuración			
ALTURA	0,13			
ANCHO	2,96801			
LONGITUD	16			
FUERZA	29397,8			
Respuesta	Ajuste	EE de ajuste	IC de 95%	IP de 95%
DEFORMACION (cm)	2,500	0,000	(2,500; 2,500)	(2,500; 2,500)

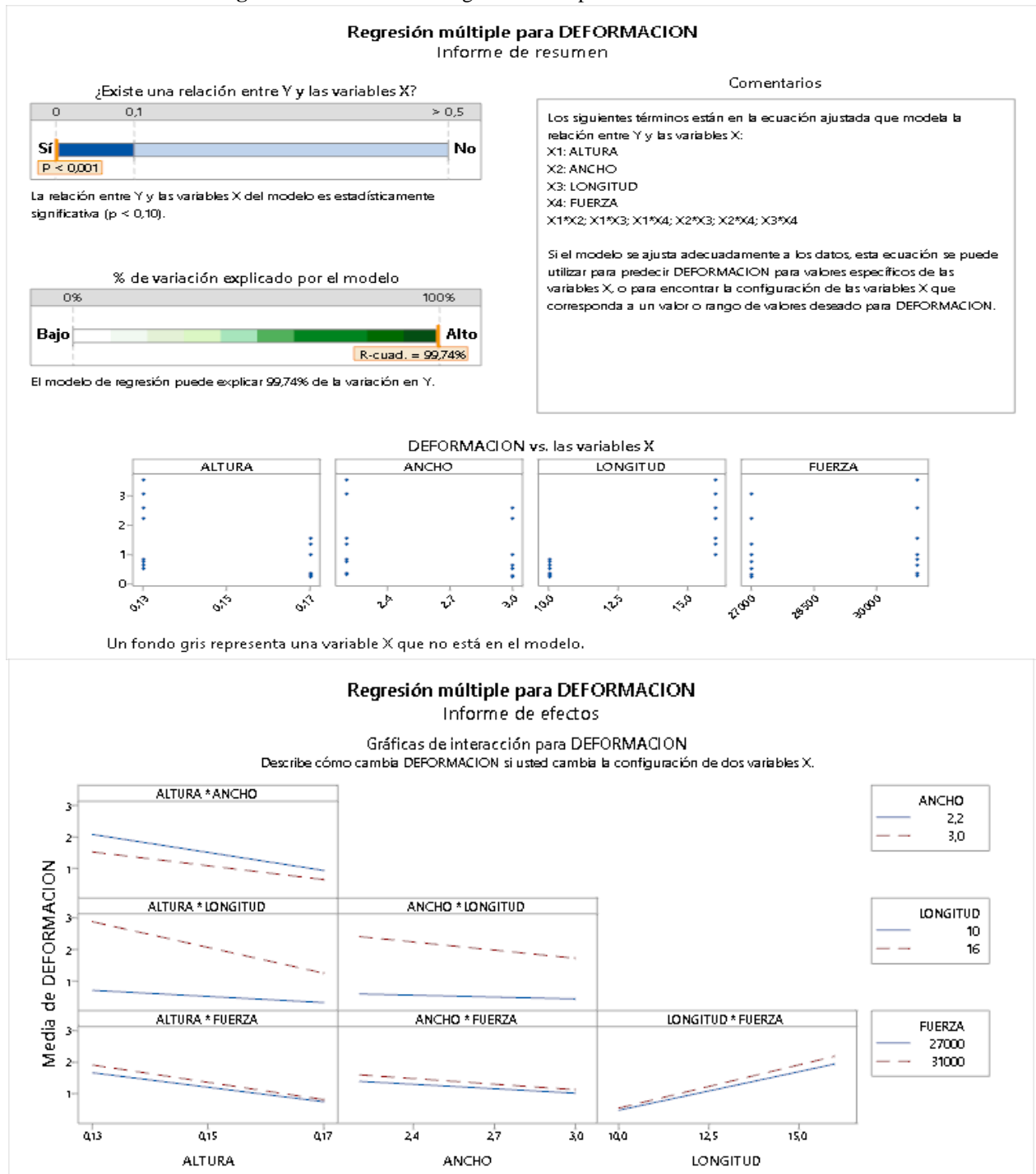
En la figura 15 se muestra la influencia de cada parámetro en la ecuación del análisis multivariable, donde se observa claramente que la mayor pendiente posee la longitud en función de la deformación con lo que se establece que la longitud es la que mas influye para que se genere una mayor deformación

**Figura 17:** Graficas de residuos de la deformación



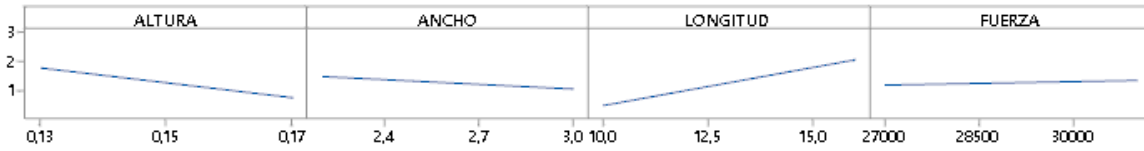
Las gráficas de la figura 16 muestran que la ecuación multivariable es adecuada y puede ser utilizada para el diseño de vigas en voladizo con una carga en el extremo siempre que cumpla con los rangos de altura, ancho, longitud y fuerza establecidos

Figura 18: Análisis de la regresión múltiple de la deformación



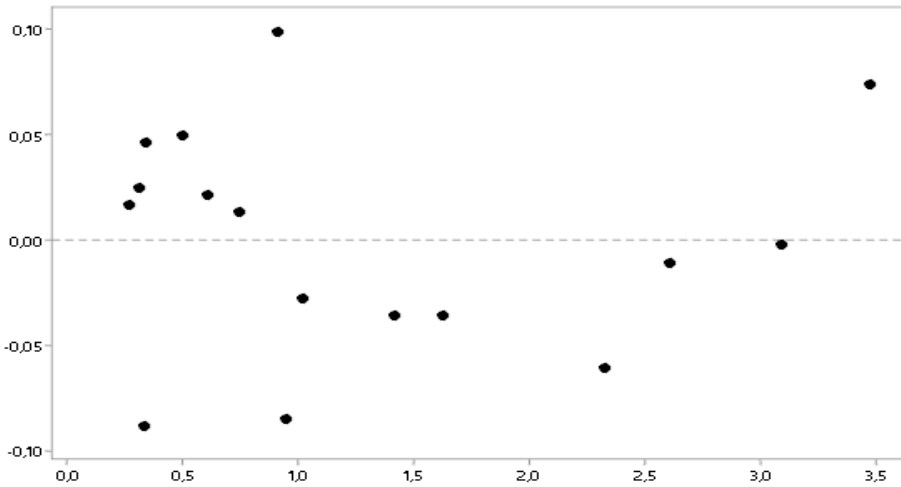
Gráficas de efectos principales para DEFORMACION

Describe cómo cambia DEFORMACION si usted cambia la configuración de una variable X.  
Si existe una interacción entre las variables X, utilice las gráficas de interacción para determinar la mejor configuración de las variables.

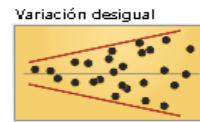


Regresión múltiple para DEFORMACION  
Informe de diagnóstico

Residuos versus valores ajustados



Buscar estos patrones:



Busque patrones, tales como una curvatura fuerte o conglomerados, que pueden indicar problemas con el modelo de regresión. Lo ideal es que los puntos se ubiquen aleatoriamente a ambos lados del cero. Identifique cualquier residuo grande que pueda tener una fuerte influencia sobre el modelo.

Regresión múltiple para DEFORMACION  
Informe de construcción del modelo

X1: ALTURA X2: ANCHO X3: LONGITUD X4: FUERZA

Ecuación final del modelo

$$DEFORMACION = -13,01 + 52,83 X1 + 0,538 X2 + 1,1104 X3 + 0,000189 X4 + 8,28 X1 \times X2 - 5,184 X1 \times X3 - 0,001110 X1 \times X4 - 0,11015 X2 \times X3 - 0,000030 X2 \times X4 + 0,000007 X3 \times X4$$

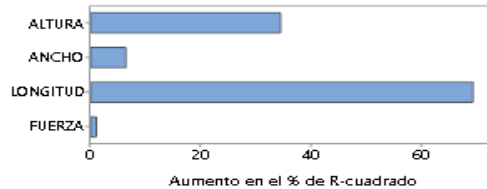
Secuencia de construcción del modelo

Muestra el orden en el que se agregaron o eliminaron los términos.

Paso	Cambiar	P escalonado	P final	R-cuadrado (ajustado) %
1	Agregar X3	0,000	0,000	50
2	Agregar X1	0,000	0,000	75
3	Agregar X1*X3	0,000	0,000	85
4	Agregar X2	0,000	0,000	90
5	Agregar X2*X3	0,000	0,000	95
6	Agregar X4	0,001	0,000	98
7	Agregar X1*X2	0,001	0,000	99
8	Agregar X1*X4	0,007	0,001	99
9	Agregar X3*X4	0,002	0,001	99
10	Agregar X2*X4	0,046	0,046	99

Efecto incremental de las variables X

Las barras largas representan las X que más aportan nueva información al modelo.



Regresión de cada X sobre todos los demás términos

Las barras grises representan las X que no ayudan a explicar la variación adicional en Y.



Una barra gris representa una variable X que no está en el modelo.



## Conclusiones

Se ha verificado que el método de elemento finito para genera resultados adecuados de la deformación de una viga en voladizo.

El análisis estadístico realizar el análisis de experimentos y en base ha ello se ha generado un modelo matemático que es capaz de predecir el comportamiento de una viga en voladizo

En base al análisis estadístico se ha determinado que para las condiciones establecidas de la viga la variable que mas influye en el aumento de la deformación es la longitud, mientras que la variable que menos influye es la fuerza

## Referencias

1. W. F. Riley y L. D. Sturges, Ingeniería Mecánica: Estática (Reverté, Barcelona, 1995).
2. F. Belmar, A. Garmendía y J. Linares, Curso de Física Aplicada: Estática (Universidad Politécnica de Valencia, 1987)
3. M. R. Ortega, Lecciones de Física: Mecánica 3 (Edita el autor, Córdoba, 1987).
4. A. Bedford y W. Fowler, Mecánica para Ingeniería: Estática (Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1987)
5. L. Ortiz-Berrocal, Resistencia de Materiales (McGraw-Hill, Madrid, 1997).
6. R. C. Hibbeler, Mecánica de Materiales (Prentice Hall, México, 1998).
7. A. Beléndez, C. Neipp y T. Beléndez, "Estudio experimental de una viga en voladizo", Rev. Esp. Fis. 15 (3) 42-45 (2001).
8. F. R. Zypman y C. Guerra-Vela, "The macroscopic scanning force `microscope", Eur. J. Phys. 22, 17-30 (2001).
9. Th. Höpfl, D. Sander y J. Kirschener, "Demonstration of different bending profiles of a cantilever caused by a torque or a force", Am. J. Phys. 69, 1113-1115 (2001).
10. T. Beléndez, C. Neipp y A. Beléndez, "Large and small deflections of a cantilever beam", Eur. J. Phys. 23, 371-379 (2002).
11. R. Feynman, R. B. Leighton y M. Sands, Física, Vol. II: Electromagnetismo y Materia (Addison-Wesley Iberoamericana, México, 1987).
12. M. Sathymoorthy, Nonlinear Analysis of Structures (CRC Press, Boca Raton, 1998).

13. K. Lee, "Large deflections of cantilever beams of non-linear elastic material under a combined loading", *Int. J. Non-linear Mech.* 37, 439-443 (2002).
14. K.-H. Chang, *Product design modeling using CAD/CAE: the computer aided engineering design series*. Academic Press, 2014.
15. Z. Chen, *Finite element methods and their applications*. Springer Science & Business Media, 2005.
16. H.-H. Lee, *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 18*. SDC publications, 2018.
17. E. M. Alawadhi, *Finite element simulations using ANSYS*. CRC Press, 2015.

© 2020 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)