



## *Conocimiento didáctico del contenido matemático*

### *Didactic knowledge of mathematical content*

### *Conhecimento didático de conteúdo matemático*

Carlota Mabel Cevallos-Ronquillo <sup>I</sup>

[carlota.cevallosr@ug.edu.ec](mailto:carlota.cevallosr@ug.edu.ec)

<https://orcid.org/0000-0002-1805-378X>

Orlando Patricio Romero-Ibarra <sup>II</sup>

[orlandopatricio76@gmail.com](mailto:orlandopatricio76@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0003-3919-4589>

**Correspondencia:** [carlota.cevallosr@ug.edu.ec](mailto:carlota.cevallosr@ug.edu.ec)

Ciencias de la educación

Artículo de revisión

\***Recibido:** 20 de agosto de 2020 \***Aceptado:** 27 de septiembre de 2020 \* **Publicado:** 17 de Octubre de 2020

- I. Magíster en Educación Informática, Licenciada en Ciencias de la Educación Especialización Informática, Tecnólogo Pedagógico en Informática.
- II. Diploma Superior en Diseño Curricular por Competencias, Magíster en Gerencia Educativa, Profesor de Educación Física a Nivel Primario.



## Resumen

Tendencias actuales en Educación Matemática consideran el rol del profesor en el marco de una episteme cognitiva, teniendo en cuenta la adquisición de saberes que privilegian el desarrollo de habilidades particulares y capacidades especializadas de manera continuada. Esta continuidad permite lograr la comprensión de la relación entre el conocimiento matemático del profesor y la didáctica profesional, durante su desempeño laboral. El conocimiento matemático del profesor de matemática es fundamental para organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, utilizar diferentes métodos y recursos adecuados, comprender los factores que condicionan y/o fortalecen la enseñanza y el aprendizaje, entre otros. Esto es determinante para la planificación y ejecución de sesiones de enseñanza, donde el profesor como principal actor debe tener una preparación cognitiva sobre el quehacer y hacer de la matemática. Así, el objetivo general de la presente investigación libre es describir las características del conocimiento matemático del profesor de matemáticas. El cual se desarrolla a través del estudio de los modelos teóricos que explican los tipos de conocimientos que los profesores deben mostrar dominios para la enseñanza, y con ello, favorecer el aprendizaje. El conocimiento para la enseñanza es un área de atención para la comunidad y centros de investigación en didáctica de las matemáticas; donde investigadores como Ball, Thames y Phelps (2008), se concentraron en el estudio de los dominios descritos por Shulman (1986), sobre el conocimiento de la materia y el conocimiento didáctico del contenido, en su propuesta de modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza.

**Palabras claves:** Conocimiento matemático; didáctica; formación docente.

## Abstract

Current trends in Mathematics Education consider the role of the teacher in the framework of a cognitive episteme, taking into account the acquisition of knowledge that privileges the development of particular skills and specialized capacities on a continuous basis. This continuity makes it possible to understand the relationship between the teacher's mathematical knowledge and professional didactics, during their work performance. The mathematical knowledge of the mathematics teacher is essential to organize teaching, design learning tasks, use different methods and appropriate resources, understand the factors that condition and/or strengthen teaching and learning, among others. This is decisive for the planning and execution of teaching

sessions, where the teacher as the main actor must have a cognitive preparation on the task and doing of mathematics. Thus, the general objective of the present free investigation is to describe the characteristics of the mathematical knowledge of the mathematics teacher. Which is developed through the study of theoretical models that explain the types of knowledge that teachers must show domains for teaching, and with it, promote learning. Knowledge for teaching is an area of attention for the community and research centers in mathematics didactics; where researchers such as Ball, Thames and Phelps (2008), concentrated on the study of the domains described by Shulman (1986), on the knowledge of the subject and the didactic knowledge of the content, in their proposal of a model of Mathematical Knowledge for the Teaching.

**Keywords:** Mathematical knowledge; didactics; teacher training.

## **Resumo**

As tendências atuais da Educação Matemática consideram o papel do professor no quadro de uma episteme cognitiva, tendo em conta a aquisição de conhecimentos que privilegia o desenvolvimento de determinadas competências e capacidades especializadas de forma contínua. Essa continuidade permite compreender a relação entre os saberes matemáticos do professor e a didática profissional, durante a execução do trabalho. O conhecimento matemático do professor de matemática é essencial para organizar o ensino, conceber tarefas de aprendizagem, utilizar diferentes métodos e recursos adequados, compreender os fatores que condicionam e/ou fortalecem o ensino e a aprendizagem, entre outros. Isso é decisivo para o planejamento e execução das sessões de ensino, onde o professor como ator principal deve ter uma preparação cognitiva sobre a tarefa e o fazer da matemática. Assim, o objetivo geral da presente investigação livre é descrever as características do conhecimento matemático do professor de matemática. Que se desenvolve por meio do estudo de modelos teóricos que explicam os tipos de conhecimento que os professores devem dominar para ensinar e, com isso, promover a aprendizagem. O conhecimento para a docência é uma área de atenção da comunidade e dos centros de pesquisa em didática da matemática; onde pesquisadores como Ball, Thames e Phelps (2008), concentraram-se no estudo dos domínios descritos por Shulman (1986), no conhecimento do assunto e no conhecimento didático do conteúdo, em sua proposta de um modelo de Conhecimento Matemático para o Ensino.

**Palavras-chave:** Conhecimento matemático; didática; treinamento de professor.

## Introducción

Tendencias actuales en Educación Matemática consideran el rol del profesor en el marco de una episteme cognitiva, teniendo en cuenta la adquisición de saberes que privilegian el desarrollo de habilidades particulares y capacidades especializadas de manera continuada. Esta continuidad permite lograr la comprensión de la relación entre el conocimiento matemático del profesor y la didáctica profesional, durante su desempeño laboral.

El conocimiento matemático del profesor de matemática es fundamental para organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, utilizar diferentes métodos y recursos adecuados, comprender los factores que condicionan y/o fortalecen la enseñanza y el aprendizaje, entre otros. Esto es determinante para la planificación y ejecución de sesiones de enseñanza, donde el profesor como principal actor debe tener una preparación cognitiva sobre el quehacer y hacer de la matemática.

Así, el objetivo general de la presente investigación libre es describir las características del conocimiento matemático del profesor de matemáticas. El cual se desarrolla a través del estudio de los modelos teóricos que explican los tipos de conocimientos que los profesores deben mostrar dominios para la enseñanza, y con ello, favorecer el aprendizaje.

El conocimiento para la enseñanza, es un área de atención para la comunidad y centros de investigación en didáctica de las matemáticas; donde investigadores como Ball, Thames y Phelps (2008), se concentraron en el estudio de los dominios descritos por Shulman (1986), sobre el conocimiento de la materia y el conocimiento didáctico del contenido, en su propuesta de modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching o MKT*, por sus siglas en inglés).

En ese mismo tenor, Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013) de similitud procedimiento investigativo han propuesto un modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (*Mathematics Teacher's Specialized Knowledge o MTSK*, por sus siglas en inglés), basado en el fundamento de que la especialización del conocimiento del profesor de matemáticas procede de su profesión, en otras palabras, el conocimiento que tiene, logrará ser especializado en la medida que le sea obligatorio para desempeñarse en su praxis como profesor de matemáticas.

Ambos modelos, son analizados a través de sus dominios y subdominios que coadyuvaron en el proceso de comprensión del conocimiento matemático del profesor de matemática, en cuanto a la enseñanza y al conocimiento especializado, lo que permite resaltar su trascendencia académica en espacios formativos universitarios.

Con respecto, a la metodología de trabajo, esta investigación es de carácter documental y bibliográfico, con un diseño de análisis comparativo, que facilita la reflexión y posicionamiento de nociones conceptuales proveniente de las posturas teóricas que sustentan el presente estudio. Hecho que condujo al desarrollo de una descripción basada en criterios comparativo de semejanzas y diferencias, sobre la base de características relacionadas con el conocimiento matemático del profesor de matemática. La comparación, se desarrolla a través del análisis de los modelos MKT y MSTK.

Para ello, la sistematización del contenido teórico, se estructura con base a tres momentos fundamentales que responden a los objetivos específicos del estudio. Un primer momento denominado contextualización de la investigación; un segundo momento, correspondiente al entramado teórico de la investigación; y un tercer momento, concerniente al entramado analítico de la investigación; para luego presentar las consideraciones finales.

## **Desarrollo**

Cada vez más, los estudios sobre el conocimiento didáctico del contenido matemático, comprende un área de la enseñanza universitaria, que ocupa la atención de los investigadores, por cuanto implica el desarrollo de una formación cognitiva integral que consolida la preparación de un catedrático de calidad, especializado en matemáticas. Así, todo proceso de fortalecimiento del conocimiento didáctico del contenido matemático involucra acciones de los profesores de carácter científico, que buscan conocer y profundizar sobre las creencias y rutinas del aprendizaje propias de la didáctica de la enseñanza.

De allí, que la justificación central de este estudio privilegia el análisis del conocimiento didáctico del contenido matemático, debido a que responde a una línea de investigación sobre el profesorado, en particular sobre su práctica y los conocimientos que se movilizan mientras enseña. En este sentido, existe la necesidad de centrarse en lo que hace el profesor y qué conocimientos requiere para ello, es decir, las formas de cómo se representan y formulan los contenidos de matemáticas, de modo que sean comprensibles para otros.

Este escenario académico, representa la medición de los conocimientos que poseen los profesores de matemáticas para enseñar, ya que cada vez se hace más significativo establecer el vínculo entre la didáctica que aplican los profesores de matemáticas y el rendimiento de los estudiantes, buscando identificar y comprender de la mejor manera como el conocimiento de las matemáticas es la esencia misma de la enseñanza, lo cual se traduce en realizar observaciones detalladas de un nuevo marco de enseñanza para analizar la naturaleza didáctica y categorías sobre el conocimiento del contenido matemático.

### **Objetivos de la Investigación:**

#### **Objetivo General:**

- Analizar el conocimiento didáctico del contenido matemático.

#### **Objetivos Específicos:**

- Identificar la naturaleza didáctica sobre el conocimiento del contenido matemático.
- Develar las categorías que definen el conocimiento didáctico del contenido matemático.

### **Naturaleza didáctica sobre el conocimiento del contenido matemático**

La naturaleza didáctica sobre el conocimiento del contenido matemático que deben mostrar y demostrar los profesores de matemáticas ha sido, es y será un asunto de reflexión e investigación permanente. Por cuanto en dicha naturaleza perspectivas epistemológicas que describen y explicar, valoran y guían el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje contenidos matemáticos. Al respecto, Shulman (1986), declara que las formas en que se representa y formula el conocimiento del contenido matemático guardan una estrecha relación con la naturaleza didáctica, es decir, el profesor debe tener una apropiación de saberes que permitan elaborar los planes, organizar las actividades, asignar tiempos, ordenar la estructura de clase, formular los niveles de preguntas, manejar los conocimientos, entre otros.

Para el citado autor, el conocimiento didáctico del contenido (PCK), identifica los cuerpos de conocimiento distintivos para la enseñanza, es la interacción entre contenido y didáctica la que permite la comprensión de cómo se organiza, representa y adapta a los intereses y capacidades de los estudiantes, como un conocimiento del contenido que es único para la enseñanza, pero también, un conocimiento profesional específico de la materia matemáticas que se enseña.

Por su parte, Depeape y col (2013), indican que la naturaleza didáctica sobre el conocimiento del contenido matemático ha pasado por importantes refinamientos instruccionales hasta convertirse en un elemento fundamental cuando se habla desde la enseñanza de las matemáticas. Por ende, la naturaleza didáctica incluye la noción de que los conocimientos necesarios para el desarrollo del contenido matemático son interactivos y dinámicos hacia la construcción de un marco del conocimiento matemático para enseñanza (MKT), lo que se denomina en inglés Mathematical Knowledge for Teaching, siendo este un elemento valioso, pues permite el establecimiento de una relación intrínseca entre el conocimiento de los profesores y los estudiantes de matemática.

Cabe destacar, que en esa relación es importante desarrollar espacios donde confluyan los componentes didácticos que deben aplicar los profesores como son: estrategias, recursos, métodos y técnicas, que entran en juego en la planificación de situaciones de aprendizaje para la construcción de un conocimiento que facilite la enseñanza de la matemática sobre la base de programas de desarrollo profesional, inicial y continuo.

En síntesis, el conocimiento del profesor de matemáticas se expresa a través de la resolución de problemas matemáticos que incluyen un ordenamiento de las secuencias con las cuales podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico, el conocimiento de los errores y dificultades comunes de los estudiantes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, siendo capaz de valorar la comprensión del aprendizaje de los estudiantes y saber cómo evoluciona.

En consecuencia, el conocimiento didáctico del proceso de enseñanza debe incluir el contenido matemático, los estudiantes, el profesor, el currículo, el contexto institucional y social, los medios y recursos utilizados, tal como lo refieren Godino y col (2006). Pues desde los años noventa se ha avanzado significativamente en diferentes áreas tanto en lo teórico como en práctico y que en particular, se ha logrado concretar una estrecha entre las categorías que involucran el conocimiento matemático y la práctica de profesor.

### **Categorías de conocimiento sobre el contenido matemático:**

Al modelo de Shulman en la ciencia del docente de la especialidad de matemáticas, Godino le mira desde modelo está basado en el marco teórico para la Didáctica de las Matemáticas que denominamos “Enfoque Ontosemiótico” del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007).

Las categorías del conocimiento sobre el contenido matemático representan un conjunto de cualidades específicas propias de sus características cognitivas, que se deben enseñar. La mayoría de la literatura científica relacionada con el aprendizaje de la matemática hasta hace tres décadas, la enseñanza de los contenidos se centraba en como los profesores manejaban sus aulas, pero a partir de los aportes de Shulman (1986), se cuestiona las fuentes del conocimiento de los profesores, pues lo importante gira en torno a los saberes de estos y cuando llega a saberlo.

Producto de ese referencial teórico, el autor citado formula seis categorías del conocimiento que debe poseer el profesorado para que los estudiantes puedan a su vez comprender el contenido matemático, a saber: conocimiento del contenido, conocimiento didáctico general, conocimiento del currículo, conocimiento didáctico del contenido, conocimiento de los estudiantes y sus características, conocimiento de los contextos educativos; y conocimiento de los objetivos, las finalidades, los valores educativos y sus fundamentos filosóficos e históricos.

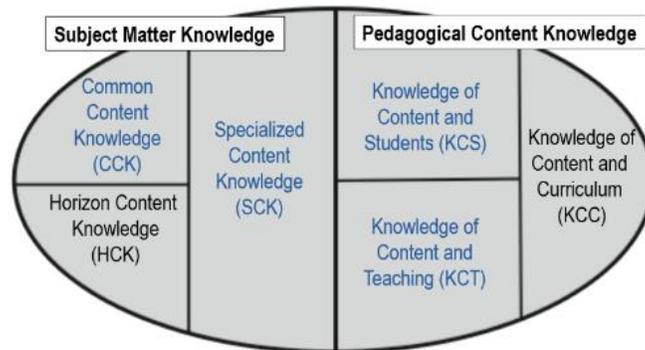
En particular, atendiendo las especificidades teóricas de las categorías se considera que de ellas el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido conforman un andamiaje de contenido y práctica que facilita la comprensión de cómo es la organización de las capacidades de los estudiantes, pero también, de los profesores para garantizar que el conocimiento profesional específico de la materia se cumpla de manera efectiva.

Dentro de ese contexto argumental las categorías: el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido constituyen las unidades de análisis de la presente investigación. En relación con el conocimiento del contenido para Shulman (1986), el profesor debería comprender críticamente el conjunto de ideas que va a enseñar; sin esta comprensión de la materia no podrá transformar las ideas para que puedan ser entendidas por sus estudiantes.

En esta transformación entra en juego el conocimiento didáctico del contenido, entendido como la combinación conjuntada entre contenido y didáctica que permite la comprensión de cómo se organizan, representan y adaptan las capacidades de los estudiantes, considerándose que dicho conocimiento es único para la enseñanza, por cuanto, allí subyacen la concepciones e ideas preconcebidas que los estudiantes traen con ellos, para el aprendizaje de los temas que más se enseñan e interaccionan. Al respecto, Depeape y col (2013), afirman que el conocimiento didáctico del contenido es la categoría que, presenta mayor probabilidad de distinguir la comprensión del especialista en matemáticas y la didáctica de la enseñanza de los contenidos.

Por otra parte, Pino-Fan y col (2013), a través de sus estudios relacionados con el conocimiento didáctico del contenido matemático establecen tres categorías: 1. Conocimiento común del contenido, referido a los conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que debe poner en juego para resolver problemas de un tema matemático; 2. Conocimiento ampliado del contenido, concerniente a los conocimientos avanzados de ese tema, siendo capaz de establecer conexiones con temas más avanzados del currículo, con los que el estudiante se encontrará posteriormente; y 3. Conocimiento Especializado, conexo con los conocimientos que lo diferencian de otras personas que saben matemáticas, pero que no son profesores. Incluye la pluralidad de significados del objeto, la diversidad de configuraciones de objetos y procesos inherentes a tales significados y las articulaciones entre los mismos.

### CONTENI KNOWLEDGE FOR TEACHING



Fuente: Deborah Ball y Colaboradores

De acuerdo a los autores citados, la última categoría incluye cuatro subcategorías: la primera, denominada conocimiento del contenido especializado, contempla la identificación de los conocimientos puestos en juego (elementos lingüísticos, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) en la resolución de un problema; la segunda, titulada conocimiento del contenido en relación con los estudiantes, que comprende la reflexión sistemática sobre el aprendizaje, lo que implica la capacidad para describir las configuraciones cognitivas y los conflictos de aprendizaje de los estudiantes al resolver un problema, formular cuestiones que expliciten sus significados personales al resolver problemas, y describir estrategias para promover que se involucren en la solución de problemas o en el estudio de un tema.

Mientras que la tercera subcategoría, referida al conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, analiza la reflexión sistemática sobre las relaciones enseñanza-aprendizaje y la identificación de las consecuencias que pueden tener en el aprendizaje los modelos de gestión de la clase; y la cuarta, se refiere al conocimiento del contenido en relación con el currículo, como el contexto en donde se desarrolla la práctica de enseñanza y aprendizaje.

De allí que, atendiendo a las consideraciones teóricas de cada categoría y subcategorías el componente clave es el conocimiento y comprensión de las matemáticas per se y el conocimiento de literatura sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, además, se incluyen las creencias sobre la naturaleza del conocimiento matemático, los propósitos de la educación matemática y las condiciones bajo las cuales los estudiantes aprenden mejor matemáticas.

Ante el contexto explicado en párrafos anteriores, no cabe duda que tanto el conocimiento del contenido como el conocimiento didáctico del contenido que debe mostrar el profesor necesariamente tienen que ser atendidos, desde una consciencia racional ante su responsabilidad académica de generar cambios en los espacios formativos profesionales, esencialmente, en la planificación didáctica, donde el estudiante pasa a jugar un papel activo. Pero tal vez, el principal inconveniente al que se enfrenta el profesor en la actualidad al intentar modificar todo el esquema que ha venido desarrollando hasta ahora, sea precisamente su propia formación, creencias y concepciones sobre la enseñanza.

En consecuencia, el profesor de matemáticas debe enfrentarse a una manera de hacer y concebir la materia de forma significativamente distinta a como lo venía haciendo. Cambio que en gran medida viene producido por las modificaciones en la concepción del proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, de un modelo centrado en la enseñanza y cuyo protagonista es el profesor, a uno basado en el aprendizaje y donde el estudiante adquiere mayor relevancia. Asimismo, el profesor debe olvidar un poco la visión tan individualista de su asignatura para pasar a pensar en materias, en donde adquiere gran importancia y trascendencia académica la conexión con diferentes áreas de conocimiento.

## **Metodología**

Con relación, a la metodología utilizada en la presente investigación libre, en atención a los objetivos formulados y a la intencionalidad teórica, se desarrolló atendiendo al proceso de un

estudio documental. De acuerdo, a Finol y Nava (2012: 55), se trata de un tipo de investigación que “aplica reglas y procedimientos intelectuales propios del método científico. Utiliza el pensar reflexivo, el pensamiento lógico, el análisis, la síntesis, lo cual permite desarrollar la actividad creado y de cuestionamiento propio del ser humana”.

Asimismo, esta investigación documental tiene como objetivo fundamental la producción de conocimiento científico, los cuales se logran con la aplicación rigurosa de un proceso sistemático, objetivo, reflexivo, crítico, basado en la observación de fuentes auténticas y confiables, puede afirmarse con toda propiedad que esta metodología de trabajo investigativo constituye una vía científica para producción conocimiento como es el caso de informes y reportes de investigación; tesis de especialización, maestrías, doctorales, entre otros.

### **Conclusión**

En consecuencia, el profesor de matemáticas debe enfrentarse a una manera de hacer y concebir la materia de forma significativamente distinta a como lo venía haciendo. Cambio que en gran medida viene producido por las modificaciones en la concepción del proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, de un modelo centrado en la enseñanza y cuyo protagonista es el profesor, a uno basado en el aprendizaje y donde el estudiante adquiere mayor relevancia. Asimismo, el profesor debe olvidar un poco la visión tan individualista de su asignatura para pasar a pensar en materias, en donde adquiere gran importancia y trascendencia académica la conexión con diferentes áreas de conocimiento.

Lo expuesto, reporta una utilidad en la producción científica para la presente investigación libre, debido que todo ello induce a profundizar en el conocimiento profesional del profesor, de modo que esto permita caracterizarlo, y al mismo tiempo, observar la capacidad de enriquecimiento cognitivo a través de las siete categorías expuestas por Shulman (1986), que coadyuvan en la implementación de metodologías de enseñanza ajustadas a las exigencias del proceso de cambio, y finalmente, para estudiar y comprender la evolución de las concepciones que sustentaron cada categoría de acuerdo a las exigencias de los contenidos matemáticos.

©2020 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).