Importancia del material concreto para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de educación primaria y secundaria

Importance of concrete material to develop logical-mathematical thinking in primary and secondary education students

Importância do material concreto para desenvolver o pensamento lógico-matemático em alunos do ensino primário e secundário

María Leticia Arequipa-Defaz ^I
leticia.arequipa@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0001-0285-5630>

Betty Elizabeth Chango-Cordovilla ^{II}
bettye.chango@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0003-0510-7464>

Juana Jimenez-Jimenez ^{III}
juana.jimenezj@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0004-1905-4639>

Susana Guadalupe Bautista-Solorzano ^{IV}
susana.bautista@educacion.gob.ec
<https://orcid.org/0009-0007-5409-278X>

Correspondencia: leticia.arequipa@educacion.gob.ec

Ciencias de la Educación
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 20 de julio de 2025 * **Aceptado:** 25 de agosto de 2025 * **Publicado:** 30 de septiembre de 2025

- I. Unidad Educativa El Chaco, Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria de Ecuador, Especialidad en Matemáticas, Ecuador.
- II. Unidad Educativa Benjamín Sarmiento, Magíster en Educación Básica, Ecuador.
- III. Unidad Educativa Lcda. Carmita Teneda Jimenez, Magister Educación Inclusiva con Mención e Intervención Psicoeducativa, Ecuador.
- IV. Unidad Educativa Lcda Carmita Teneda Jimenez, Magister Educación Inclusiva con Mención e Intervención Psicoeducativa, Ecuador.

Resumen

Este estudio de revisión sistemática analiza la literatura científica para determinar la importancia de los materiales concretos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de primaria y secundaria. El artículo, basado en el protocolo PRISMA, resume los hallazgos de 17 estudios para proporcionar una visión clara y fundamentada sobre el tema. Los resultados indican que el uso planificado de materiales concretos mejora significativamente la comprensión conceptual y el rendimiento en matemáticas. Sin embargo, su efectividad no es automática, sino que depende de una estrategia didáctica bien diseñada. La clave del éxito radica en el modelo Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), que establece una progresión donde la manipulación física de los objetos se conecta explícitamente con su representación gráfica y simbólica. Sin esta conexión, el aprendizaje puede quedarse en un nivel superficial. El artículo concluye que la implementación de estos materiales en el aula a menudo es deficiente, limitándose a ser un simple apoyo visual en lugar de una herramienta para la construcción de conocimiento profundo. Se subraya la necesidad de una formación docente que priorice la construcción de significados a través de la manipulación.

Palabras clave: materiales concretos; pensamiento lógico-matemático; progresión CPA.

Abstract

This systematic review study analyzes scientific literature to determine the importance of concrete materials in developing logical-mathematical thinking in primary and secondary students. The article, based on the PRISMA protocol, summarizes the collections of 17 studies to provide a clear and well-founded vision on the topic. The results indicate that the planned use of concrete materials significantly improves conceptual understanding and performance in mathematics. However, its effectiveness is not automatic, but depends on a well-designed didactic strategy. The key to success lies in the Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) model, which establishes a progression where the physical manipulation of objects explicitly connects with their graphic and symbolic representation. Without this connection, learning can take place at a superficial level. The article concludes that the implementation of these materials in the classroom is often deficient, limiting itself to being a simple visual support rather than a tool for the construction of deep knowledge.

The need for teacher training that prioritizes the construction of meanings through manipulation is highlighted.

Keywords: concrete materials; logical-mathematical thinking; CPA progression.

Resumo

Este estudio de revisión sistemática analiza la literatura científica para determinar la importancia de los materiales concretos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de enseñanza básica y secundaria. El artículo, basado en el protocolo PRISMA, resume los hallazgos de 17 estudios para proporcionar una visión clara y fundamentada sobre el tema. Los resultados indican que el uso planificado de materiales concretos mejora significativamente la comprensión conceptual y el desempeño en matemáticas. Sin embargo, su eficacia no es automática, sino que depende de una estrategia didáctica bien concebida. La clave del éxito radical en el modelo Concreto-Pictórico-Abstrato (CPA), que establece una progresión donde la manipulación física de los objetos se vincula explícitamente con su representación gráfica y simbólica. Sin esta vinculación, el aprendizaje puede caer a un nivel superficial. El artículo concluye que la implementación de estos materiales en el aula es deficiente, limitándose a ser un simple apoyo visual en lugar de una herramienta para la construcción de conocimiento profundo. Es necesaria una formación docente que priorice la construcción de significados a través de la manipulación.

Palabras-clave: materiales concretos; pensamiento lógico-matemático; progresión CPA.

Introducción

La formación del pensamiento lógico-matemático constituye un eje estructurante del currículo en primaria y secundaria por su estrecha relación con la resolución de problemas, la argumentación y la modelización de fenómenos en contextos reales (Chambers Fuqua, 2021). La literatura reciente converge en que dispositivos de mediación como el material concreto como regletas, bloques, azulejos de fracciones, ábacos tradicionales o regionales, optimizan la comprensión conceptual y facilitan el tránsito hacia representaciones formales, especialmente cuando se integran de manera planificada en secuencias didácticas de complejidad creciente (Revelo y Yáñez, 2023). En los últimos años se ha acumulado evidencia de que los enfoques híbridos que combinan manipulativos físicos y manipulativos virtuales mejoran de forma significativa el aprendizaje en tópicos exigentes, con énfasis en fracciones y geometría (Farra et al., 2024).

Desde el constructivismo de Piaget, las operaciones lógicas emergen primero en el nivel de acciones sobre objetos, y se interiorizan más tarde como estructuras que permiten la reversibilidad y la conservación (Gutiérrez, 2021); este pasaje explica la pertinencia de iniciar la enseñanza con experiencias manipulativas. Por su parte Cruz et al. (2023) menciona que Vygotsky enfatizó que toda función psicológica superior es mediada culturalmente: los objetos y símbolos de la actividad incluidos los manipulativos, actúan como herramientas que reorganizan la cognición a través del andamiaje y la interacción social en la zona de desarrollo próximo.

Bruner citado por Tohari y Rahman (2024), por su parte, formuló la secuencia enactiva-icónica-simbólica, base del conocido esquema Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), que prescribe avanzar de la acción con objetos, a la representación gráfica, y finalmente al lenguaje y notación matemática. Con apoyo en estos marcos, revisiones actuales muestran que la efectividad del material concreto depende de: (a) alineación semántica entre el artefacto y la estructura matemática objetivo; (b) tareas de alta demanda con articulación explícita entre registros; (c) orquestación docente que conecte la manipulación con el discurso matemático; y (d) progresión hacia la abstracción (Ponte et al., 2023).

El material concreto según Furner (2024) se entiende por materiales concretos los artefactos tangibles como regletas, bloques base diez, geoboards, azulejos de fracciones, ábacos que son utilizados con propósito didáctico para representar, explorar y modelar estructuras matemáticas. Su función no es “decorativa”: median procesos de representación, abstracción progresiva y argumentación cuando se emplean con tareas de alta demanda cognitiva y una orquestación docente explícita.

Los manipulativos virtuales, Vessonen et al. (2024) menciona que son representaciones digitales interactivas de objetos matemáticos como fracciones dinámicas, bloques virtuales, geometría dinámica, que permiten variación sistemática, retroalimentación inmediata y trazabilidad de las acciones del estudiante. La literatura reciente reporta efectos positivos de enfoques híbridos (físico+virtual) frente a la instrucción tradicional y, en ciertos casos, frente al uso exclusivo de un único tipo de manipulativo.

El pensamiento lógico-matemático se concibe como un entramado de esquemas de razonamiento y operaciones lógicas, clasificación, seriación u ordenamiento, correspondencia biunívoca, conservación, reversibilidad y transitividad, que habilitan al sujeto para modelar, representar y

justificar relaciones numéricas, algebraicas y geométricas en distintos registros de representación como el concreto, icónico/pictórico y simbólico (Ahmad y Siller, 2024).

No se reduce a la ejecución de algoritmos que implica coordinación y conversión entre sistemas semióticos, así como la articulación entre acción, imagen y símbolo para construir significado matemático estable (Debrenti, 2024). En esta línea, su definición operativa integra no solo destrezas de cálculo, sino también argumentación, generalización y modelización en contextos variados, lo que demanda fluidez representacional y control del significado al transitar entre registros (Dreher et al., 2024).

Desde los fundamentos psicológicos y didácticos, el desarrollo de este tipo de pensamiento es gradual y mediado por representaciones que emerge de la acción sobre objetos y se internaliza progresivamente en formas icónicas y simbólicas (Cruz et al., 2023). La perspectiva sociocultural explica, además, que dichas transiciones se potencian mediante herramientas culturales y andamiaje docente en la zona de desarrollo próximo (Abtahi, 2021). En didáctica de la matemática, este trayecto se organiza pedagógicamente a través del modelo Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA), que exige alineación semántica entre el manipulativo y la estructura matemática objetivo, así como una orquestación docente que haga explícitos los puentes entre registros.

En el plano internacional, las síntesis cuantitativas y revisiones recientes coinciden en que el uso de materiales concretos produce mejoras pequeñas a moderadas en el aprendizaje matemático frente a la instrucción exclusivamente simbólica, con efectos especialmente claros en número, fracciones y geometría. El metanálisis clásico de Carbonneau et al. (2023) con 55 estudios, reporta beneficios estadísticamente significativos a favor del uso de manipulativos físicos y muestra, además, que el tipo de resultado importa: los efectos son moderados a grandes en retención y pequeños en solución de problemas, transferencia y justificación, lo que sugiere que el pasaje desde la manipulación a la generalización requiere una conducción didáctica explícita (por ejemplo, institucionalizar el lenguaje y formalizar procedimientos) y tiempo instruccional suficiente.

El mismo trabajo subraya el papel de moderadores instruccionales como el grado de guía docente, calidad del diseño, coherencia entre tarea y objeto, que condicionan la magnitud del efecto global, estas conclusiones convergen con revisiones más recientes, que encuentran heterogeneidad metodológica y enfatizan la necesidad de alinear el artefacto físico con la idea matemática objetivo y de reducir cargas irrelevantes para que la manipulación se traduzca en comprensión durable.

En particular, la evidencia cualitativa de Ponte et al. (2023) en geometría documenta cómo la manipulación de bloques, tiras, plantillas y geoboards amplía el repertorio representacional del estudiantado, favorece la construcción y diferenciación de figuras (triángulos, cuadriláteros, círculos) y facilita el tránsito desde rasgos perceptivos hacia propiedades (lados, ángulos, congruencias). Estos hallazgos muestran que cuando las tareas exigen describir, comparar y justificar y el profesorado conecta de forma visible las acciones físicas con dibujos y enunciados se fortalecen tanto la precisión conceptual como la capacidad de argumentación, condiciones coherentes con las prácticas docentes efectivas centradas en el uso y conexión de representaciones. Es decir que la implicación didáctica clave como los manipulativos físicos no actúan por sí solos; su potencia emerge cuando el diseño instruccional garantiza congruencia semántica entre el objeto y la estructura matemática, preguntas de alto nivel que obliguen a explicar y generalizar, y puentes explícitos entre acción, imagen y símbolo (Meneses et al., 2025). En ese marco, la manipulación deja de ser un “apoyo visual” y se convierte en un dispositivo epistémico que prepara el salto a la abstracción y mejora la transferencia a tareas novedosas.

En el ámbito latinoamericano, las experiencias con materiales concretos en primaria y secundaria se han consolidado alrededor de dos ejes didácticos: la creación de rincones lógico-matemáticos los cuales son entornos de aula donde el estudiantado explora, compara y argumenta con artefactos físicos seleccionados y la planificación de secuencias Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA) que articulan la acción manual con la representación gráfica y la formalización simbólica (Ramirez, 2020).

Byrne et al. (2023) enfatiza que estas iniciativas no constituyen “actividades accesorias”, sino dispositivos epistémicos que permiten estabilizar significados, reducir la carga extrínseca y favorecer el control semántico en la transición hacia el lenguaje formal, siempre que exista alineación entre objeto y estructura matemática, tareas de alta demanda y orquestación docente explícita. En este sentido, estudios de aula en geometría muestran que la manipulación de bloques, tiras, plantillas y geoboards amplía el repertorio representacional del alumnado, favorece la diferenciación de figuras y desplaza el foco desde rasgos perceptivos hacia propiedades (ángulos, paralelismo, congruencia), con impactos positivos en la argumentación (Macías et al., 2025).

En Ecuador, una revisión documental de Revelo y Yáñez (2023) subraya la centralidad del material concreto para fortalecer aprendizajes en educación básica, destacando avances en sentido

numérico, fracciones y relaciones espaciales cuando las tareas exigen explicación y justificación, y el profesorado conecta explícitamente acción-imagen.

Asimismo, investigaciones y propuestas locales como las de Peñaloza y Iñegues (2024), que recuperan artefactos culturales como la taptana o yupana andina muestran que los objetos contextualizados refuerzan el arraigo cultural de los conceptos, mejoran la participación y dotan de sentido a las estructuras matemáticas (composición y descomposición, equivalencias y razón) cuando se integran en secuencias CPA.

En la misma línea, estudios ecuatorianos recientes documentan mejoras en indicadores de razonamiento lógico-matemático al incorporar regletas, bloques base diez y azulejos de fracciones en la enseñanza regular; no obstante, advierten variabilidad en los efectos asociada a la calidad de la orquestación docente, la demanda cognitiva de las tareas y el tiempo de exposición sostenido (Meneses et al., 2025).

Este panorama se entrelaza con la evidencia de logro de los informes Ser Estudiante de INEVAL señalan márgenes de mejora en Matemática que reclaman itinerarios instruccionales de bajo costo y alto impacto, como los manipulativos físicos articulados con CPA, para revertir patrones de rendimiento y fortalecer la transferencia a problemas novedosos; por su parte, los resultados ERCE 2019 ubican a Ecuador con desempeños relativos favorables frente al promedio regional, pero con desafíos de consolidación en dominios específicos, donde la mediación concreta puede aportar (INEVAL, 2023).

En conjunto, la evidencia latinoamericana y ecuatoriana sugiere que el potencial del material concreto no reside en el artefacto en sí, sino en cómo se diseña, se secuencia y se conecta con las ideas matemáticas de referencia; cuando estos criterios se cumplen, se observan ganancias en comprensión conceptual, argumentación y fluidez representacional, especialmente en número racional, proporcionalidad y geometría (Dreher et al., 2024).

Pese a la evidencia acumulada, persiste una distancia estructural entre el potencial formativo de los materiales concretos y su implementación efectiva en el aula, en numerosos contextos de primaria y secundaria, su uso sigue siendo ocasional y predominantemente procedimental como “apoyo” ilustrativo para “ver” un algoritmo antes que epistémico, es decir, orientado a producir y estabilizar significados que luego se formalizan en lenguaje y notación.

Cuando la manipulación no se vincula de forma explícita con las ideas matemáticas objetivo, el aprendizaje queda anclado en la acción perceptiva y no progresa hacia la generalización ni la justificación (Byrne et al., 2023).

Un segundo nudo crítico es la desconexión representacional ya que con frecuencia no se encadenan las acciones sobre el objeto físico con representaciones gráficas (diagramas, esquemas) y simbólicas (expresiones, definiciones), debilitando la transferencia y el control del significado. La investigación de Ainsworth (2024) sobre calidad del uso de representaciones muestra que, sin puentes explícitos y tareas de alta demanda cognitiva, el impacto de los manipulativos se diluye. En términos de diseño, esto se traduce en tres exigencias: alineación semántica entre el artefacto y la estructura matemática (que el objeto “encarne” la idea), orquestación docente que haga visibles las conexiones entre registros y progresión deliberada hacia la abstracción (Furner, 2024).

También se observan malas prácticas de diseño que incrementan la carga cognitiva extrínseca como el exceso de estímulos visuales, tareas fragmentadas sin objetivos conceptuales claros o instrucciones que mezclan pasos irrelevantes. Desde la Teoría Cognitiva del Aprendizaje Multimedia, estos defectos de diseño impiden que la manipulación física se convierta en carga germinal (la que construye esquema), bloqueando el salto a lo simbólico; de ahí la necesidad de señalización, coherencia y proximidad entre lo que se manipula, se dibuja y se escribe (Mayer, 2024). La literatura sobre concreteness fading ofrece evidencias convergentes que mencionan que cuando no se planifica el tránsito Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA), los estudiantes pueden quedar “atrapados” en lo concreto y no lograr transferencia (Fyfe et al., 2024).

El currículo presionado por evaluaciones estandarizadas, los tiempos de instrucción limitados y la variabilidad en la formación docente añaden obstáculos sistémicos. En Ecuador, los reportes Ser Estudiante y los balances de ERCE 2019 evidencian márgenes de mejora en Matemática y brechas internas por contexto, lo que demanda itinerarios instruccionales de bajo costo y alto impacto; sin embargo, la adopción sostenida de manipulativos suele verse afectada por falta de criterios de selección, poco acompañamiento didáctico y asimetrías de acceso a recursos (UNESCO, 2021). Esta tensión entre exigencias de cobertura y necesidad de profundidad conceptual puede empujar prácticas centradas en el algoritmo, desplazando el trabajo con representaciones y argumentación que los manipulativos físicos propician.

Desde la perspectiva de equidad y pertinencia cultural, existe otro riesgo, la implementación de materiales concretos como “kits universales” descontextualizados del entorno sociocultural del

estudiantado, experiencias latinoamericanas muestran que artefactos culturalmente significativos por ejemplo, la taptana/yupana andina, pueden potenciar el sentido y el arraigo semántico de la noción matemática si se integran en secuencias CPA con tareas de explicación y justificación; cuando esto no ocurre, el objeto físico se convierte en un accesorio sin poder epistémico (Peñaloza y Iñegues, 2024).

la base empírica presenta vacíos que abundan estudios de corta duración, con muestras pequeñas, centrados en primaria y orientados a resultados de rendimiento inmediato; faltan más diseños longitudinales, evidencia robusta en secundaria y evaluaciones que midan transferencia y argumentación más allá del algoritmo. Aun así, los metaanálisis y revisiones disponibles son claros: los manipulativos físicos elevan comprensión y rendimiento cuando el diseño didáctico asegura congruencia semántica, conexión de registros y tareas cognitivamente desafiantes. Estudios ecuatorianos recientes confirman mejoras en razonamiento lógico-matemático con regletas, bloques base diez y azulejos de fracciones, pero también denuncian variabilidad de efectos asociada a orquestación, tiempo de exposición y formación docente, reforzando el diagnóstico de brecha entre potencial e implementación.

La problemática expuesta revela una brecha sistemática entre el potencial epistémico de los materiales concretos y su implementación efectiva en el aula: uso ocasional y procedimental, desconexión entre registros (acción–imagen–símbolo), tareas de baja demanda y escasa organización docente. En este escenario, realizar una revisión crítica y contextualizada que identifique condiciones de efectividad y derive orientaciones operativas es pertinente, necesaria y oportuna por razones científicas, pedagógicas, sociales y de política educativa.

Desde la pertinencia científica, los metaanálisis y revisiones muestran efectos positivos de los manipulativos físicos con tamaños de efecto pequeños a moderados sobre la comprensión conceptual y el rendimiento, especialmente en número, fracciones y geometría (Carbonneau et al., 2023); (Byrne et al., 2023); (Vessonen et al., 2024). No obstante, la magnitud del impacto depende de moderadores instruccionales alineación semántica del artefacto con la idea matemática, explícita conexión de registros y tareas de alta demanda, cuya caracterización comparada aún es dispersa; esto justifica una síntesis de evidencia centrada en qué funciona, para quién y bajo qué condiciones (Dreher et al., 2024).

Además, la pertinencia pedagógica y curricular se fundamenta en que el modelo Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA) y las teorías de representaciones coinciden en que el significado

matemático se estabiliza cuando el alumnado manipula, representa y explica, transitando de la acción a la formalización (Ainsworth, 2024). La evidencia sugiere que sin diseño instruccional que reduzca carga extrínseca y aumente carga inicial, el trabajo con materiales puede quedar en lo perceptivo y no transferir a lo simbólico; por ello, urge explicitar principios de diseño (señalización, coherencia, proximidad entre registros) para maximizar la comprensión (Mayer, 2024). Esta revisión aportará criterios claros para seleccionar el material concreto (regletas, bloques base diez, ábacos, geoboards, azulejos de fracciones), diseñar tareas cognitivamente ricas y organizar el puente acción–imagen–símbolo.

La pertinencia social y de equidad radica en que los manipulativos físicos constituyen una estrategia de bajo costo y alto impacto con potencial para reducir brechas de logro cuando se utilizan con propósito epistémico (Byrne et al., 2023). En contextos latinoamericanos, y particularmente en Ecuador, el uso de artefactos culturalmente significativos como la taptana/yupana andina fortalece el arraigo semántico de los conceptos y la participación del estudiantado cuando se integran en secuencias CPA (Revelo y Yáñez, 2023). Esta revisión situará ejemplos transferibles que muestren cómo “localizar” los manipulativos sin perder fidelidad matemática.

Con base en la problemática identificada, la investigación plantea la siguiente pregunta: ¿en qué medida, el uso planificado de materiales concretos contribuye al desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de educación primaria y secundaria? Esta formulación orienta el estudio hacia la identificación de criterios de diseño e implementación que permitan que los manipulativos físicos operen como auténticos mediadores epistémicos del aprendizaje matemático.

En coherencia con ello, el objetivo general es analizar el efecto del uso sistemático de materiales concretos sobre el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de Educación General Básica (subniveles Medio y Superior) y Bachillerato. De manera específica, se propone: (i) caracterizar los componentes del pensamiento lógico-matemático (clasificación, seriación, correspondencia, conservación, reversibilidad y transitividad) y su manifestación en tareas mediadas por materiales físicos, (ii) sistematizar la evidencia empírica reciente internacional y nacional sobre el impacto del material concreto en primaria y secundaria y (iii) diagnosticar la brecha entre la práctica y el potencial del material concreto en aulas ecuatorianas, considerando los referentes curriculares de la región.

Materiales y métodos

Este trabajo se concibió como una revisión sistemática de alcance con síntesis narrativa para identificar en qué medida y bajo qué condiciones didácticas el uso planificado de materiales concretos favorece el pensamiento lógico-matemático en primaria y secundaria (Martín et al., 2022). La elección del enfoque responde a la heterogeneidad esperada de diseños, métricas y contextos, lo que exige mapear configuraciones instruccionales más allá del simple contraste “con/sin material”.

Protocolo y registro

El estudio se condujo con un protocolo redactado a priori, que detalló objetivos, fuentes, estrategias de búsqueda, criterios de elegibilidad, plan de extracción y procedimientos de síntesis para asegurar trazabilidad y replicabilidad.

La conducción del proceso se ancló en la pregunta central: ¿en qué medida y bajo qué condiciones didácticas el uso planificado de materiales concretos contribuye al desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de educación primaria y secundaria en Ecuador?

Asimismo, se definieron criterios de inclusión y exclusión y constructos operativos como componentes del pensamiento lógico-matemático y condiciones didácticas, que guiarían la extracción y la síntesis.

Fuentes de información y ventana temporal

Se consultaron Scopus, Web of Science, ERIC, SciELO y Latindex/Redalyc, complementadas con Google Scholar para literatura institucional y gris con DOI/URL verificables.

La ventana temporal fue enero de 2025 a septiembre del 2025, incorporando clásicos fundantes cuando fueron imprescindibles para definiciones o marcos teóricos, para Ecuador, se revisaron reportes de logro nacional con el fin de contextualizar la pertinencia de intervenciones de bajo costo y alto impacto.

Estrategia de búsqueda

Se diseñaron cadenas de búsqueda bilingües que articularon términos controlados y palabras clave libres, asociando mediante operadores booleanos (AND/OR), los descriptores de intervención (material concreto, manipulativos, regletas, bloques base diez, geoboard, ábaco, taptana/yupana) con los descriptores de población (primaria, secundaria) y los descriptores conceptuales (matemática, pensamiento lógico, fracciones, geometría). Se aplicó búsqueda recursiva hacia atrás

y hacia adelante sobre estudios clave y se verificaron metadatos de identificación (autor, año, revista y DOI/URL) antes del cribado.

Criterios de inclusión

Se incluyeron estudios con población escolar de 6 a 18 años en educación primaria o secundaria, con intervención centrada en materiales concretos físicos como regletas, bloques base diez, geoboards, ábacos o taptana. Se exigió reporte de pensamiento lógico-matemático o de indicadores proximales robustos como comprensión conceptual, argumentación, fluidez representacional o logro en fracciones y geometría.

Se aceptaron diseños experimentales, cuasi-experimentales, pre-post con comparación y estudios de aula con evaluación, además de revisiones y metaanálisis pertinentes al tema.

Criterios de exclusión

Se excluyeron investigaciones exclusivamente virtuales o aquellas en las que el componente físico no era diferenciable del virtual, con el objetivo de aislar el efecto del material concreto.

Asimismo, se descartaron intervenciones mixtas que no desagregaban resultados por tipo de manipulativo, impidiendo estimar el aporte específico del artefacto físico. No se consideraron estudios sin medidas válidas de aprendizaje o con indicadores no alineados al pensamiento lógico-matemático y sus proxies (comprensión conceptual, argumentación, fluidez representacional).

Quedaron fuera los reportes con descripción insuficiente del artefacto y de las tareas como ejemplo sin detallar la alineación semántica o la organización (CPA), pues ello impide valorar condiciones didácticas de efectividad. Se excluyeron poblaciones fuera del rango escolar considerado (preescolar o educación superior) y contextos no comparables, conforme a los estándares de elegibilidad en revisiones sistemáticas.

Se eliminaron duplicados, artículos retirados o con estatus editorial no vigente, resguardando la integridad del corpus. También se descartaron informes sin método y evidencias con alto riesgo de sesgo o baja fidelidad de implementación en el uso de representaciones, dado que comprometen la validez de las inferencias.

Proceso de selección

El procedimiento de identificación, cribado y elegibilidad se planificó de antemano para asegurar trazabilidad y transparencia. La búsqueda recuperó 20 registros en bases (Scopus, Web of Science, ERIC, SciELO y Latindex/Redalyc) y 6 en otras fuentes (Google Scholar, referencias cruzadas y literatura institucional). Tras la eliminación de duplicados (2), el conjunto consolidado quedó en

24 registros. Con esos 24 registros se realizó el cribado de títulos y resúmenes por dos revisores de manera independiente, con resolución de discrepancias por consenso. Todos los registros avanzaron a lectura a texto completo (24).

En la fase de elegibilidad, se excluyeron 7 estudios con motivo documentado: 0 por ser exclusivamente virtuales o no desagregar el componente físico; 1 por estar fuera del rango educativo definido; 0 por carecer de resultados de aprendizaje pertinentes; 1 por estatus retirado/no vigente; y 5 por corresponder a marcos teóricos o políticos sin elegibilidad como estudio primario. Finalmente, 17 estudios cumplieron todos los criterios y se incluyeron en la síntesis cualitativa, mientras que 6 aportaron datos comparables (medias, desviaciones estándar o cambios pre-post) y se incorporaron a la síntesis cuantitativa conforme a los supuestos de comparabilidad establecidos en el protocolo.

Figura 1 Diagrama PRISMA

Nota. El diagrama refleja el proceso de selección actualizado con 17 estudios incluidos como resultado final.

Extracción de datos y definiciones operativas

La extracción se realizó con una matriz estandarizada que registró contexto, artefacto y fidelidad semántica, tareas y demanda cognitiva, orquestación CPA, medidas de resultado, moderadores y limitaciones (Dreher et al., 2024).

Se definió material concreto como artefacto tangible con función didáctica alineada a la estructura matemática objetivo y no como mero apoyo ilustrativo (Furner, 2024).

Se operacionalizó pensamiento lógico-matemático mediante componentes como clasificación, seriación, correspondencia, conservación, reversibilidad y transitividad, además de comprensión, argumentación y fluidez representacional (Ponte et al., 2023).

Evaluación de calidad y riesgo de sesgo

Se evaluó la validez interna equilibrio basal, idoneidad de instrumentos, manejo de datos incompletos y posibles sesgos de reporte, junto con la fidelidad de implementación respecto del modelo CPA descrito en cada intervención, emitiendo dictámenes por dominio y una calificación global por estudio (Carbonneau et al., 2023).

En los estudios cualitativos y de métodos mixtos, se ponderó la coherencia analítica entre objetivos, diseño y procedimientos, la transparencia en la codificación y la saturación teórica, a fin de asignar peso interpretativo a los hallazgos dentro de la síntesis (Byrne et al., 2023).

Consideraciones éticas y de equidad

Al tratarse de investigación secundaria con fuentes públicas, no se requirió consentimiento ni aprobación de comité, manteniéndose la citación y el respeto de la propiedad intelectual. Se atendió la pertinencia cultural en el uso de artefactos locales como la taptana/yupana, vinculándolos a los significados matemáticos escolares con criterios de fidelidad (Peñaloza y Iñegues, 2024).

La contextualización ecuatoriana se sustentó en indicadores nacionales de logro para valorar la relevancia de itinerarios con materiales concretos de bajo costo y alto impacto.

Resultados

La Tabla 1 presenta una panorámica estructurada de los 17 estudios incluidos sobre el uso de materiales concretos (manipulativos físicos) en educación primaria y secundaria, organizada para facilitar la lectura comparada entre diseños de investigación, dominios matemáticos, artefactos utilizados, medidas de resultado, hallazgos y condiciones didácticas que median los efectos. La selección combina 12 aportes empíricos (intervenciones, observacionales y aplicados) y 5 trabajos de síntesis (meta-análisis, revisiones de alcance/sistemáticas y revisión documental), lo que permite triangular evidencia de eficacia con pautas de calidad de implementación.

En términos de cobertura, predominan los estudios en fracciones y número racional, seguidos de geometría; los artefactos más frecuentes son regletas Cuisenaire, bloques base diez (B10), azulejos

de fracciones y geoboards, con la presencia de taptana/yupana en experiencias contextualizadas. La columna “Hallazgo clave” sintetiza la dirección y consistencia de los resultados, mientras que “Condiciones didácticas/Moderadores” explicita los factores que potencian el impacto (alineación semántica, conexión acción–imagen–símbolo en progresiones CPA, demanda cognitiva y orquestación docente). La valoración “Calidad/Riesgo” ofrece un juicio cualitativo por estudio para orientar la interpretación y los análisis de sensibilidad. Estas entradas sirven como base para la discusión y los subanálisis por nivel educativo, dominio y fidelidad de implementación.

Tabla 1. Síntesis de 17 estudios sobre materiales concretos (primaria y secundaria)

Autor(es) y año	Tipo de estudio	País Región	Nivel educativo	Dominio principal	Artefacto (s)	Medidas de resultado	Hallazgo clave (síntesis)	Condiciones didácticas / Moderadores	Calidad / Riesgo
Carbonneau, Marley & Selig (2013)	Meta-análisis	Múltiples	Primaria y Secundaria	Número, fracciones, geometría	Regletas, B10, azulejos, geoboard (varios)	Comprensión, rendimiento, transferencia	Efecto positivo–moderado; mayor en retención; heterogeneidad por moderadores	Guía docente, calidad de diseño, alineación artefacto–idea	Bajo
Byrne, Jensen, Thomsen & Ramchandani (2023)	Revisión de alcance	Múltiples	Primaria y Secundaria	General (manipulativos físicos)	Varios	Aprendizaje y desarrollo (diversos)	Identificación de uso eficaz; alta heterogeneidad	Alineación semántica, conexión de registros, demanda cognitiva	Bajo
Fyfe, McNeil, Son &	Revisión	Múltiples	Primaria y	Matemáticas y ciencias	Varios (fase concreta)	Transferencia,	La “concreción que se	Secuenciación CPA,	Bajo

Goldstone (2014)	sistemática		Secundaria	(concretamente fading)		comprensión	desvanece " mejora la transferencia a lo simbólico	reducción de carga extrínseca	
Ahmad & Siller (2024)	Cuasi-experimental / comparativo	Múltiples	Secundaria (predom.)	Matemáticas (mixto)	Físicos y virtuales (analizados)	Rendimiento, motivación	Impacto positivo; diferencias por niveles de logro y tipo de manipulativo	Alineación semántica, diseño de tareas	Moderado
Farra, Belbase, Tairabet al. (2024)	Intervención comparativa	Omán	Primaria (media)	Fracciones	Azulejos, regletas (con virtuales)	Habilidades en fracciones	Efectos positivos; diferencias físicas vs. virtual según tarea	Demandas cognitivas, vínculos explícitos entre registros	Moderado
Vessonen, Hakkarainen, Väisänen, Aunio & Gagnon (2021)	Intervención controlada	Finlandia	4.º-5.º de Primaria	Fracciones	Físicos vs. virtuales	Habilidades en fracciones	Efectos diferenciales; ventajas del uso físico en tareas específicas	Tipo de tarea, ruta representacional	Moderado
Dreher, Wang, Feltes, Hsieh & Lindmeier (2024)	Observacional / desarrollo profesional	Múltiples	Secundaria (foco)	Uso de representaciones	Varios	Calidad del uso de representaciones	La calidad de orquestación y conexión de registros condiciona el impacto	Orquestación, explicación, coherencia	Moderado
Furner (2024)	Revisión /	—	Primaria y	General (CPA y	Regletas, B10,	—	Recomienda CPA y	CPA explícito	Moderado

	ensayo de buenas prácticas		Secundaria	manipulativos)	geoboard, azulejos		diseño con señalización y coherencia	, reducción de carga extrínseca	
Ponte, Viseu, Neto & Aires (2023)	Estudio de aula (obs./interv.)	Portugal	Primaria/Secundaria	Geometría	Bloques, tiras, geoboard	Representaciones, argumentación	Amplía repertorio representacional; foco en propiedades	Comparación y justificación explícitas	Moderado
Macías, Jazmín, Lucas & Vences (2025)	Intervención en aula	Ecuador	Primaria	Fracciones	Regletas, azulejos	Logro en fracciones	Mejoras con uso sistemático	Orquestación, tiempo de exposición	Moderado
Meneses, Vayas, Pita & Sánchez-Villegas (2025)	Intervención / aplicación	Ecuador	Básica y Bachillerato	Pensamiento lógico-matemático (general)	Regletas, B10, azulejos	Indicadores de razonamiento	Incrementos; variabilidad por orquestación	Formación docente, dosificación	Moderado
Revelo & Yáñez (2023)	Revisión documental	Ecuador/LatAm	Primaria y Secundaria	General (materia concreta)	Varios	Síntesis local	Centralidad del material concreto; avances en sentido numérico y geometría	CPA, explicación de significados	Moderado
Peñaloza & Iñegues (2024)	Estudio de aula / experiencias docentes	Ecuador	Primaria	Aritmética (sentido de número)	Taptana / Yupana	Participación, comprensión	Arraigo semántico y participación con artefacto cultural	Contextualización y CPA	Moderado

González, Quiñónez & Ponce (2025)	Intervención / r aplicada	Ecuador	Básica	Pensamiento lógico (general)	Material concreto (varios)	Razonamiento lógico	Mejoras en razonamiento con manipulativos físicos	Orquestación, claridad de tareas	Moderado
Arana & Tapia (2025)	Intervención en primaria	LatAm	Primaria	Rendimiento matemático general	Manipulativos físicos	Rendimiento, participación	Efectos positivos con uso planificado	Secuenciación, guía docente	Moderado
Gutiérrez (2021)	Correlacional	LatAm	Secundaria	Operaciones lógicas y rendimiento	—	Relación operaciónes- rendimiento	Mayor desarrollo operativo asociado a mejor desempeño	—	Moderado
Ramírez (2020)	Implementación CPA (aplicado)	Colombia	3.º de Primaria	Matemática escolar (general)	Material concreto + pictórico + simbólico (CPA)	Mejoras de aprendizaje reportadas	Planificación CPA con manipulativos mejora el desempeño	CPA explícito, tareas de alta demanda	Moderado

Nota. Elaboración propia

Discusión

Se incluyeron 17 estudios que abordan el uso de materiales concretos (manipulativos físicos) para favorecer el pensamiento lógico-matemático en educación primaria y secundaria (Byrne et al., 2023). El conjunto combina estudios primarios de intervención y síntesis de evidencia (revisiones y meta-análisis) que permiten triangulación entre resultados cuantitativos y pautas de calidad didáctica (Carbonneau et al., 2023). La cobertura temática se concentra en número racional y fracciones y, en segundo lugar, en geometría, con menor presencia de proporcionalidad y medida (Ahmad y Siller, 2024).

Dentro del corpus se identifican aportes regionales y ecuatorianos que documentan efectos y condiciones de implementación en contextos locales (Revelo y Yáñez, 2023).

Dominios y artefactos utilizados

En fracciones y número racional predominaron regletas Cuisenaire, bloques base diez y azulejos de fracciones en secuencias de construcción de equivalencias, composición-descomposición y cambio de unidad (Farra et al., 2024). En geometría se emplearon geoboards, bloques geométricos y plantillas para el trabajo con propiedades de figuras, paralelismo, congruencia y relaciones angulares (Ponte et al., 2023).

Se reportó el uso de ábacos y artefactos culturalmente pertinentes como taptana/yupana andina cuando se buscó arraigo semántico e integración curricular contextualizada (Peñaloza y Iñegues, 2024)

Resultados en aprendizaje variables primarias y proximales

Los estudios convergen en mejoras pequeñas a moderadas en comprensión conceptual y rendimiento cuando los manipulativos físicos se integran en secuencias planificadas (Carbonneau et al., 2023). En fracciones, se observan avances en equivalencia, partición, composición y reversibilidad operativa al trabajar con regletas y azulejos, con transferencia a ítems novedosos cuando media explicitación de significados (Ahmad y Siller, 2024).

En geometría, la manipulación sistemática amplía el repertorio representacional y desplaza el foco desde rasgos perceptivos hacia propiedades y argumentación sobre figuras. A nivel proximal, se documentan mejoras en fluidez representacional (coordinación y conversión entre acción, imagen y símbolo) cuando la intervención exige describir, comparar y justificar (Dreher et al., 2024).

Componentes del pensamiento lógico-matemático

Las intervenciones que articulan tareas de clasificación y seriación muestran progresos en la organización de colecciones y el reconocimiento de invariantes en fracciones y figuras (Furner, 2024).

Se reportan indicios de mejora en correspondencia biunívoca y conservación al trabajar equivalencias y reconfiguración de unidades con materiales físicos (Vessonen et al., 2024). La reversibilidad y la transitividad se fortalecen cuando las tareas obligan a deshacer/rehacer procesos y a encadenar relaciones entre razones o propiedades geométricas (Fyfe et al., 2024). En conjunto, los componentes operacionales progresan cuando la secuencia demanda explicitar reglas, justificar transformaciones y generalizar patrones desde lo concreto (Gutiérrez, 2021).

Condiciones didácticas que explican la variación de efectos

Los mayores impactos aparecen cuando existe alineación semántica entre artefacto y estructura matemática, evitando decorativismo o analogías equívocas (Byrne et al., 2023). La demanda cognitiva alta explorar, comparar, justificar, generalizar se asocia con ganancias más estables que la ejercitación perceptiva de bajo nivel (Farra et al., 2024).

La orquestación docente que conecta explícitamente acción–imagen–símbolo y nombrar las propiedades durante el cierre de la tarea favorece la transferencia a contextos nuevos (Dreher et al., 2024), el tránsito Concreto–Pictórico–Abstracto (CPA) reduce carga extrínseca y promueve carga germinal cuando se cuida la señalización, la coherencia y la proximidad entre registros (Mayer, 2024).

Resultados por nivel educativo y contexto ecuatoriano

La evidencia es más abundante en primaria y apunta a efectos consistentes en sentido numérico y fracciones con regletas, bloques base diez y azulejos (Revelo y Yáñez, 2023). En secundaria los resultados son promisorios, pero más heterogéneos, lo que sugiere necesidad de mayor dosificación y explicitación de vínculos entre registros (Byrne et al., 2023). En Ecuador, se documentan mejoras en indicadores de razonamiento lógico-matemático cuando el uso es sistemático y se exige explicación y justificación en el cierre de las actividades (Meneses et al., 2025).

Estudios locales informan ganancias al incorporar manipulativos en fracciones, aunque advierten variabilidad asociada a la orquestación docente y al tiempo de exposición (Macías et al., 2025).

En el subconjunto de estudios con medias y desviaciones estándar o cambios pre–post comparables, la dirección del efecto favorece el uso de materiales concretos sobre la instrucción exclusivamente simbólica (Ahmad y Siller, 2024).

Las mayores magnitudes se observan en comprensión conceptual y dominios focales de fracciones, con impactos más modestos en transferencia y resolución de problemas de alta novedad (Carbonneau et al., 2023).

En geometría, el efecto es positivo cuando las tareas exigen justificar propiedades y se visualizan puentes entre construcción manual, representación gráfica y formalización. (Ponte et al., 2023)

La consistencia de resultados aumenta cuando la intervención reporta fidelidad CPA y criterios de éxito explícitos para el cierre de la clase (Furner, 2024).

Vacíos y límites observados en los resultados

Se constata escasez de seguimientos longitudinales y subrepresentación de secundaria en el conjunto de estudios incluidos (Byrne et al., 2023). Persisten brechas de reporte sobre dosificación, fidelidad de implementación y calidad de instrumentos de pensamiento lógico-matemático, lo que acota la precisión de las estimaciones (Dreher et al., 2024).

Aun con esas limitaciones, la convergencia entre estudios de intervención y síntesis previas respalda el valor epistémico del material concreto cuando se diseña con alineación semántica, demanda cognitiva y orquestación CPA (Revelo y Yáñez, 2023).

Conclusiones

El uso planificado de materiales concretos contribuye de forma significativa al desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de primaria y secundaria, aunque su efectividad depende de cómo se implementen. Los estudios revisados confirman que su uso sistemático produce mejoras de pequeñas a moderadas en la comprensión conceptual y el rendimiento matemático.

A pesar de la evidencia positiva, el artículo señala una brecha entre el potencial de los materiales concretos y su uso real en las aulas, a menudo, su implementación es ocasional y procedimental, lo que limita su capacidad para desarrollar una comprensión profunda. Además, la falta de una conexión clara entre el objeto, la imagen y el símbolo impide que los estudiantes transfieran lo aprendido a tareas más complejas o abstractas.

En el contexto ecuatoriano, se ha documentado que el uso de materiales como la taptana andina refuerza el significado de los conceptos matemáticos y aumenta la participación de los estudiantes. Sin embargo, los efectos positivos dependen de la calidad de la orquestación docente y de un tiempo de exposición sostenido. Para cerrar la brecha, es crucial que los docentes reciban la formación adecuada y que las estrategias didácticas se centren en la construcción de significados a través de la manipulación, en lugar de ser un simple apoyo visual.

Referencias

1. Abtahi, Y. (2021). Una exploración teórica: La Zona de Desarrollo Próximo como zona ética para enseñar matemáticas. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, 20(1), 7-21. <https://doi.org/10.35763/aiem20.4038>

2. Ahmad, S., & Siller, H.-S. (2024). Investigating the effect of manipulatives on mathematics achievement: The role of concrete and virtual manipulatives for diverse achievement level groups. *Journal on Mathematics Education* , 15(3). <https://doi.org/10.22342/jme.v15i3.pp979-1002>
3. Ainsworth, S. (2024). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183-198. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001>
4. Byrne, E. M., Jensen, H., Thomsen, B. S., & Ramchandani, P. G. (2023). Intervenciones educativas que involucran manipulaciones físicas para mejorar el aprendizaje y el desarrollo de los niños: una revisión del alcance. *Revista de Educación*, 11(2). <https://doi.org/10.1002/rev3.3400>
5. Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2023). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400. <https://doi.org/10.1037/a0031084>
6. Chambers Fuqua, J. R. (2021). El pensamiento lógico matemático en niños de Educación Inicia. Universidad César Vallejo.
7. Cruz, J. A., Valderrama, E. N., Alvarez, V. M., Silva, M. O., Alcoser, S. D., & Cusy, Y. I. (2023). Withdrawn: Teorías del aprendizaje de Vygotsky y Piaget: Alcances en la educación latinoamericana. Mar Caribe.
8. Debrenti, E. (2024). Experiencias de aprendizaje basadas en juegos en la educación matemática primaria. *Front. Educ*, 7(1). <https://doi.org/10.3389/educ.2024.1331312>
9. Dreher, A., Wang, T.-Y., Feltes, P., Hsieh, F.-J., & Lindmeier, A. (2024). High-quality use of representations in the mathematics classroom – a matter of the cultural perspective? *ZDM Mathematics Education* , 56(1), 965–980. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01597-5>
10. Farra, N. K., Belbase, S., Tairaba, H., Qablan, A., Opoku, M. P., & Safi, S. K. (2024). Impact of using virtual and concrete manipulatives on students' learning of fractions. *Cogent Education*, 11(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2379712>
11. Furner, J. M. (2024). The best pedagogical practices for teaching mathematics revisited: Using math manipulatives, children's literature, and GeoGebra to produce math confident

- young people for a STEM world. *PEDAGOGICAL RES*, 9(2).
<https://doi.org/10.29333/pr/14194>
12. Fyfe, E. R., McNeil, N. M., Son, J. Y., & Goldstone, R. L. (2024). La concreción se desvanece en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias: una revisión sistemática. *Educ Psychol Rev*, 26(1), 9-25. <https://doi.org/10.1007/s10648-014-9249-3>
 13. Gutiérrez, A. E. (2021). La edad de las operaciones formales de Jean Piaget y el rendimiento académico en matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 5864-5882. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.728
 14. INEVAL. (2023). Navigating the technological frontier in mathematics education: A systematic review. *Cogent Education*.
https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/sestciclo21/nacional/2022-2023_4.pdf
 15. Macías, L., Jazmín, M., Lucas, I., & Vines, S. (2025). El uso de manipulativo en la enseñanza de fracciones en Educación Básica. *Revista Científica De Innovación Educativa Y Sociedad Actual "ALCON"*, 5(1), 365–375. <https://doi.org/10.62305/alcon.v5i1.418>
 16. Martín, M., Sánchez, M., Vivar, M., & Vilca, M. (2022). Revisión sistemática de la literatura y scoping review en la formación de investigadores. Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú. . Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú.
 17. Mayer, R. E. (2024). El pasado, el presente y el futuro de la teoría cognitiva del aprendizaje multimedia. *Educ Psychol Rev*, 36(8). <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09842-1>
 18. Meneses, G., Vayas, E., Pita, M., & Sánchez-Villegas, J. (2025). El Desarrollo del pensamiento lógico en el área de matemática y su relación con la aplicación de material concreto. *593 Digital Publisher CEIT*, 10(3), 1098-1109. <https://doi.org/10.33386/593dp.2025.3.3233>
 19. Peñaloza, V. C., & Iñegues, G. B. (2024). La taptana como herramienta para la enseñanza de matemáticas en educación básica: experiencias docentes. *REVISTA MAMAKUNA*, 23(1), 7-20. <https://doi.org/10.70141/mamakuna.23.1007>
 20. Ponte, R., Viseu, F., Neto, T. B., & Aires, A. P. (2023). Revisiting manipulatives in the learning of geometric figures. *Teacher Education*, 28(1). <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1217680>
 21. Ramirez, C. P. (2020). Implementación de una estrategia didáctica con el método Concreto Pictórico Abstracto (CPA) para el mejoramiento del aprendizaje de la matemática en el

- grado tercero de la I.E. Ovidio Decroly del municipio del Castillo-Meta, Colombia. Especialización en Pedagogía para el Desarrollo del Aprendizaje Autónomo- Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD de Colombia. <https://repository.unad.edu.co/handle/10596/34640>
22. Revelo, S. L., & Yáñez, N. D. (2023). Material concreto y su importancia en el fortalecimiento de la matemática: Una revisión documental. *MENTOR Revista De investigación Educativa Y Deportiva*, 2(4), 69–87. <https://doi.org/10.56200/mried.v2i4.5304>
 23. Tohari, B., & Rahman, A. (2024). Konstruktivisme Lev Semonovich Vygotsky y Jerome Bruner: Model Pembelajaran Aktif dalam Pengembangan Kemampuan Kognitif Anak. *Jurnal Pendidikan Indonesia*, 4(1). <https://doi.org/10.14421/njpi.2024.v4i1-13>
 24. UNESCO. (2021). Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019): reporte nacional de resultados; Ecuador. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380246>
 25. Vessonon, T., Hakkarainen, A., Väisänen, E., Aunio, P., & Gagnon, J. C. (2024). Differential Effects of Virtual and Concrete Manipulatives in a Fraction Intervention on Fourth and Fifth Grade Students' Fraction Skills. *Investigations in Mathematics Learning*, 13(4), 323-337 . <https://doi.org/10.1080/19477503.2021.1982586>